

COMBINAÇÃO DE UM MÉTODO MULTICRITÉRIO DE AUXÍLIO À DECISÃO SUBJETIVO E OUTRO OBJETIVO E APLICAÇÃO DESSE MODELO HÍBRIDO NA SELEÇÃO DE UM IMÓVEL

Alessandro Vieira de Oliveira

Dep. de Engenharia de Produção – Universidade Federal Fluminense
Rua Passo da Pátria 156, 22210-240, Niterói, RJ
alessandrooliveira2000@yahoo.com.br

João Carlos Correia Baptista Soares de Mello

Dep. de Engenharia de Produção – Universidade Federal Fluminense
Rua Passo da Pátria 156, 22210-240, Niterói, RJ
jcsmello@producao.uff.br

RESUMO

Neste trabalho foi desenvolvido um método multicritério híbrido de auxílio à decisão, o qual posteriormente foi aplicado a um problema de decisão associado à aquisição de um imóvel. O trabalho parte de conceitos relativos à teoria do conhecimento e de fundamentos relativos a processos decisórios com abordagem multicritério para a escolha dos métodos a serem integrados. O método híbrido desenvolvido integra o método MACBETH - o qual permite que se estabeleçam intervalos de pesos para os critérios usados na decisão - com o método Entropia. O método Entropia foi utilizado na formação desse método híbrido para auxiliar a determinar, dentro dos intervalos MACBETH, o valor de cada peso. Para isso foi construído um algoritmo e uma planilha Excel que executa esse algoritmo. O método híbrido foi aplicado em um estudo de caso. Discorre-se também sobre os aspectos particulares relativos à escolha de um imóvel. O resultado da aplicação desse método foi comparado com o resultado obtido usando outros métodos.

Palavras-chave:

MACBETH, Entropia, Decisão, Multicritério, Híbrido, Complexo, Incerteza.

ABSTRACT:

In this work it was developed a hybrid multicriteria method to help the decision maker, which was lately applied to a decision problem associated to the purchase of an apartment. This work goes from concepts related to the Theory of knowledge and fundamentals related to decision processes with a multicriteria approach to the choice of the methods that will be integrated. The hybrid method developed integrates the MACBETH method- which allows that weight intervals to the criteria used in the decision be established- with the Entropy method. The Entropy method was used in the creation of this hybrid method to help to determine, within the MACBETH intervals, the value of each weight. To do that it was built an algorithm and an excel sheet that executes this algorithm. The hybrid method was applied in a case study. It is also discussed the particular aspects related to the choice of an apartment. The result of the application of this method was compared with the result obtained using other methods.

Keywords:

MACBETH, Entropy, Decison Making, Multicriteria, Hybrid, Complex, Uncertainty.

1. INTRODUÇÃO

Em contextos de tomada de decisão em que haja conflitos de interesse, pode ocorrer que o decisor se sinta desconfortável tanto em interferir em todo o processo de tomada de decisão quanto em não ter nenhuma interferência. Ele pode querer que seus pontos de vista sejam levados em consideração, porém, pode se sentir um pouco inseguro com relação ao uso de métodos que sejam construídos somente a partir de suas percepções.

Diante da existência de conflitos de interesse, busca-se uma solução de compromisso. O compromisso será entre critérios conflitantes que serão utilizados para o processo de escolha de uma opção dentro de um conjunto de opções possíveis ou entre pontos de vista diferentes, para os casos em que o decisor é um grupo de pessoas ao invés de apenas uma.

Pode ser que em situações como estas, o decisor deseje utilizar como referência, além de seus pontos de vista, algum método que forneça certa “neutralidade” (Barba-Romero e Pomerol, 1997), o que poderá lhe trazer maior confiança na solução apontada para o problema de decisão com o qual ele se depara.

Uma maneira de conciliar o desejo do decisor de interferir no processo de decisão e, ao mesmo tempo se basear em algo que lhe forneça certa “neutralidade” seria a construção

de um método híbrido de apoio multicritério à decisão que combine um método “*objetivo*” com outro *subjetivo*.

Embora qualquer método de auxílio à decisão contenha aspectos subjetivos e a “neutralidade” stricto sensu seja impossível, será usado o termo “*objetivo*” para se referir apenas àqueles métodos que não levam em consideração as preferências do decisor de forma direta na determinação dos pesos dos critérios. Os métodos que levam isso em consideração serão chamados de *subjetivos*.

Para realizar a combinação de métodos desses dois tipos, uma possibilidade é combiná-los para se obter os valores dos pesos dos critérios. Neste sentido, pode ser combinado um método “*objetivo*” que gere pesos pontuais com outro *subjetivo* que forneça um intervalo para estes pesos.

Para auxiliar processo decisório em casos como o acima referido será desenvolvido neste trabalho um método híbrido de um método de auxílio multicritério à decisão *subjetivo*, o MACBETH e outro método de auxílio multicritério à decisão “*objetivo*”, a Entropia.

O método MACBETH pode gerar um único valor para o peso de cada critério. No entanto, este método também permite que sejam gerados, para os pesos, valores não pontuais, os quais estejam compreendidos dentro de intervalos. Obter intervalos para os pesos através do MACBETH, ao invés de um único valor para cada peso, parece ser um procedimento mais razoável, uma vez que é pouco provável que o decisor consiga estabelecer um valor preciso para cada peso que realmente represente sua preferência, mesmo com a ajuda de um analista de decisão. Achar o valor do peso com precisão seria desejável, mas quando se busca um valor único para o peso de um critério, mesmo usando o método MACBETH, corre-se o risco de que o valor encontrado seja um pouco diferente (ou muito) do valor que realmente representaria a preferência do decisor. Isto porque o decisor pode não ter clareza suficiente com respeito ao valor deste peso e o processo embora ajude pode não eliminar totalmente a dúvida do decisor. E pequenas diferenças nos pesos dos critérios podem levar a decisões diferentes. Desta forma, um intervalo para o valor do peso de cada critério se adéqua melhor ao conhecimento e dúvidas do decisor com respeito a suas preferências intercritérios. Porém, para que se opere em um modelo aditivo, é necessário que se tenha o valor dos pesos bem definidos. Como, então, a partir de cada intervalo de pesos escolher um valor para ser o valor do

peso? Neste trabalho propõe-se usar um método multicritério “objetivo”, o método Entropia, para que se escolha o valor de cada peso, dentro do intervalo de valores gerados por meio do método multicritério MACBETH.

Desta forma, o objetivo deste trabalho é construir um método híbrido MACBETH-Entropia para auxílio à decisão, de forma a dar maior segurança ao decisor quanto à decisão a ser tomada e aplicar esse modelo à solução de um problema de escolha de imóvel para comprar. O problema de seleção de imóvel para aquisição, por ser um problema multicritério relativamente simples, se mostra adequado para aplicar esse método híbrido, analisar seus resultados e compará-los a resultados obtidos a partir da utilização de alguns outros métodos.

2. OS MÉTODOS A SEREM COMBINADOS

Oliveira et al (2007) justifica a escolha dos métodos multicritério subjetivos e objetivos que ele escolhe para realizar sua comparação em um problema de escolha de um imóvel. Dos métodos “objetivos” ele escolhe a Entropia por ser o método “objetivo” que, segundo Deng et al (apud Oliveira et al, 2007), melhor discrimina os pesos dos critérios.

Oliveira et al (2007) afirma que “Dentre os métodos subjetivos, o AHP se mostrou como um dos mais utilizados”. No entanto, o AHP apresenta alguns problemas. Gomes (2007) apresenta uma lista destes problemas.

Bana e Costa et al (2008) fizeram uma importante crítica ao método do autovalor, que é utilizado pelo método AHP para a ordenação de alternativas.

Soares de Mello et al (apud Oliveira et al, 2007) mostram algumas vantagens do MACBETH frente ao AHP que considero relevante para o presente trabalho. Destaco duas:

- Não permite nenhum grau de inconsistência nos julgamentos do decisor. O método AHP não apresenta esta possibilidade;
- Permite gerar intervalos nos quais os pesos podem variar mantendo a consistência do método, enquanto o AHP gera peso único.

3. MACBETH

O MACBETH (Measuring Attractiveness by a Categorical Based Evaluation Technique) é uma metodologia de apoio à decisão multicritério baseada em preferências cardinais.

As diferenças entre as opções são expressas, inicialmente, através de julgamentos qualitativos, através dos quais se obtém informações ordinais. Posteriormente, esta informação é tratada e, através de um processo iterativo e construtivo, obtém-se informação cardinal e quantitativa. Há uma constante interação entre o analista e o decisor. Essa interação é beneficiada pelo uso de um software: o M-MACBETH. Durante esse processo, o analista se baseia no sistema de valores do decisor. No início do processo, o decisor ainda não possui o conhecimento total de suas preferências. O analista de decisão, através da abordagem MACBETH, também se encarrega de auxiliar o decisor a conhecer as alternativas, a compará-las e para que se possam construir preferências robustas. A partir dessas preferências o decisor estará apto a fazer uma escolha que reflita melhor seu sistema de valores (Bana et al, 2003).

A abordagem MACBETH adota um modelo de agregação de valor aditivo no processo multicritério de construção do sistema de preferências. É a partir da interação entre o analista e o decisor, com a ajuda do software M-MACBETH que o problema e as alternativas, bem como a relação de preferência entre elas vão ganhando clareza, o que permite a construção das preferências robustas referidas acima (Bana et al, 2003).

3.1. INFORMAÇÃO DE PREFERÊNCIA

As preferências serão ordinais quando o decisor conseguir estruturá-las de modo que os elementos do conjunto de decisão estejam em uma ordem de atratividade. Isto quer dizer que o decisor consegue dizer sobre quaisquer duas alternativas a e b , se a é preferível a b , ou b é preferível a a ou se a e b são indiferentes.

Diz-se que uma informação é ordinal se as preferências forem ordinais e se for possível associar a cada elemento x de X um número $v(x)$ que satisfaz as seguintes condições de medida (condições ordinais de medida):

$$\text{CM1)} \quad \forall x, y \in X : [x P y \Leftrightarrow v(x) > v(y)]$$

$$\text{CM2)} \quad \forall x, y \in X : [x I y \Leftrightarrow v(x) = v(y)]$$

Onde X é o conjunto de decisão, P é uma relação binária que representa uma preferência estrita do decisor, ou seja, P significa “mais atrativa do que” ou “estritamente preferido a” e I é uma relação binária que representa uma relação de indiferença, ou seja, I significa “tão atrativo quanto” ou “Indiferente a”.

As preferências serão cardinais quando, além de ser capaz de colocar as alternativas em uma ordem decrescente de atratividade, o decisor também consegue comparar as diferenças de atratividade entre as alternativas (Barba Romero e Pomerol, 1997). Isto significa que ele consegue obter informação cardinal.

Diz-se que uma informação é cardinal (com respeito à atratividade de elementos de X) quando

- 1) Tem-se uma informação ordinal (com relação a esta atratividade)
- 2) $\forall (x,y), (z,w) \in P$, tem-se um número estritamente positivo que será designado por $R((x,y)/(z,w))$ (o qual mede a razão de diferenças de atratividade entre x e y por um lado e z e w por outro). Os números x, y, z, w, que estão associados ao número R devem satisfazer as seguintes condições:
 - a) $\forall (u,w), (w,x), (s,t) \in P: R((u,w)/(s,t)) + R((w,x)/(s,t)) = R((u,x)/(s,t))$
 - b) $\forall (u,w), (x,y), (s,t) \in P: R((u,w)/(s,t)) \otimes R((s,t)/(x,y)) = R((u,w)/(x,y))$.

Segundo Bana e Costa et al (2003), quando se tem essas informações é possível associar um número $v(x)$ a cada elemento de X que satisfaça as condições cardinais abaixo:

$$\text{CM1)} \quad \forall x, y \in X : [x P y \Leftrightarrow v(x) > v(y)]$$

$$\text{CM2)} \quad \forall x, y \in X : [x I y \Leftrightarrow v(x) = v(y)]$$

$$\text{CM3)} \quad \forall (x,y), (z,w) \in P: R((x,y)/(z,w)) = [v(x)-v(y)] / [v(z) - v(w)].$$

A informação cardinal permite que as diferenças de atratividade entre duas opções quaisquer do conjunto de decisão sejam comparadas.

A informação cardinal é obtida do decisor, por meio de um processo longo de busca e construção que começa com informação ordinal, passa por um estágio em que se obtém informação chamada de pré-cardinal, com uso do *questionário MACBETH* e do software M-MACBETH (Bana e Costa et al, 2005), para então se obter a informação cardinal.

3.2. ANÁLISE DE DOMINÂNCIA

Em alguns casos é possível determinar qual é a melhor alternativa dentre um conjunto de alternativas possíveis usando o conceito de “dominância”.

Sejam a e b duas alternativas quaisquer. Diz-se que a domina (estritamente) b se e somente se

- O impacto de b não é mais atrativo do que o impacto de a em qualquer critério e
- O impacto de a é mais atrativo que o impacto de b em no mínimo um critério.

Neste caso, a alternativa a é claramente preferida à alternativa b. Se conseguirmos fazer isso para todas as alternativas, então se saberá qual é a preferida entre elas. Observe que a análise de dominância usa apenas informação de preferência ordinal.

Nem sempre, porém, os resultados de análise de dominância conseguem mostrar qual é a alternativa preferida. Para esses outros casos, o MACBETH pode ser usado para colher informação de preferência cardinal.

4. A ENTROPIA

O conceito de entropia vem da Física, mais precisamente da Termodinâmica. Existem na natureza processos reversíveis e irreversíveis. Segundo Prigogine (1996), a distinção entre processos reversíveis e irreversíveis foi introduzida na termodinâmica pelo conceito de entropia, que Clausius associou em 1865 ao segundo princípio da termodinâmica.

Clausius (apud Prigogine, 1996) enuncia da seguinte maneira os dois princípios da termodinâmica: “A energia do universo é constante. A entropia do universo cresce na direção de um máximo”. Em processos reversíveis a entropia permanece constante e processos irreversíveis produzem entropia. Isso implica que em sistemas fechados a entropia nunca diminui, ou seja, o grau de desorganização pode aumentar, mas não

diminuir. De acordo com Oliveira (2008), Boltzmann reinterpretou o conceito de entropia através da Mecânica Estatística. Boltzmann procurou elucidar as propriedades macroscópicas da matéria – macroestados - não através das características individuais de cada molécula, mas através de uma amostragem, produzindo um número que descrevesse as moléculas coletivamente (Pineda, 2006).

A proposição de Boltzmann resultava em equações integrais cuja resolução era impraticável Pineda (2006). Max Plank sugeriu posteriormente uma alternativa que ficou conhecida como a fórmula de Boltzmann-Plank:

$$S = k \log W$$

Onde S é a entropia, K é a constante de Boltzmann e W é número microestados compatíveis com um mesmo macroestado.

Gibbs introduz outra fórmula, compatível com a fórmula de Boltzmann-Plank, para medir a entropia para um sistema discreto:

$$S = - k \sum_1^w p_i \log p_i$$

Sendo p_i a probabilidade da partícula i se encontrar no estado k^i (ou iésimo estado).

No caso de máxima entropia, ou seja, no caso em que a distribuição de probabilidades é homogênea, a entropia de Gibbs coincidirá com a entropia de Boltzmann. Nesse caso

equiprovável, $p_i = \frac{1}{W}$. Substituindo p_i na fórmula acima por $\frac{1}{W}$ chega-se à fórmula de Boltzmann.

Shannon ao tratar da teoria da informação empregou princípios semelhantes, segundo Pineda (2006), quando formulou o método de transformação de sinais contínuos em discretos.

A Teoria Matemática da Comunicação foi iniciada por Shannon, que passou a mensurar a informação de uma mensagem através de uma medida que ele chamou de entropia e que se relacionava com a frequência de símbolos transmitidos (Pineda, 2006).

Segundo Pineda (2006), a quantidade de informação pode ser expressa matematicamente por:

$$H = -k \sum_{i=1}^n p_i \log p_i$$

Onde p_i é a probabilidade de ocorrência do símbolo i no processo de geração de informação (Pineda, 2006).

Desta forma, o termo entropia passa a significar a quantidade de informação.

Partindo destes conceitos, surgiu - como contribuição da escola holandesa - o método entropia de apoio multicritério à decisão. Este método foi proposto por Zeleny em 1982 (Barba-Romero e Pomerol, 1997).

O método multicritério Entropia, através da medida chamada grau de diversificação determina o valor do peso de cada critério atribuindo maior valor ao critério em relação ao qual existe maior diversidade de avaliações das alternativas (Barba-Romero e Pomerol, 1997). Isto faz sentido, na medida em que quanto maior for essa diversidade, maior poder de discriminação entre as alternativas esse critério possui. Critérios cuja variação na atratividade das alternativas seja pequena podem não ser tão importantes para a tomada da decisão (Barba-Romero e Pomerol, 1997).

O conteúdo de informação decorrente dos resultados das alternativas do critério j é mensurado através de seu valor de entropia. A entropia E_j é definida como

$$E_j = -k \sum_{i=1}^n p_{ji} \ln p_{ji}$$

Onde k é uma constante usada para ajuste, de tal forma que $0 \leq E_j \leq 1$, para todo j , e p_{ji} representa o resultado do j -ésimo critério de decisão em relação a alternativa i . A matriz de decisão possui “ n ” alternativas e “ m ” critérios. Repare que quanto mais homogêneos forem os valores das alternativas p_i com relação ao critério j , maior será o valor da entropia. Conforme argumentam Barba-Romero e Pomerol (1997), precisamos justamente do contrário, de uma medida que se tornasse maior à medida que aumentasse a diversidade dos valores das alternativas p_i com relação ao critério j .

Segundo Laurencel et al (2001), define-se o grau de diversificação d_j da informação fornecida pelos resultados do critério j como:

$$d_j = 1 - E_j \quad \forall j.$$

Quanto mais divergentes forem as performances das alternativas com relação ao critério j , mais alta será o correspondente valor d_j , e mais importante será o critério j para o problema (Deng et al, 2000).

Procede-se agora ao cálculo dos pesos w correspondentes a cada critério j . Para que o valor dos pesos fique entre 0 e 1 utiliza-se o procedimento de normalização seguinte:

$$w_j = \frac{d_j}{\sum_{k=1}^m d_k} \text{ em que } w_j \text{ será o peso do critério } j.$$

O valor de cada alternativa será obtido multiplicando o valor dessa alternativa com relação a cada critério j pelo correspondente peso w_j desse critério e somando esses resultados.

5. MODELO HÍBRIDO.

5.1. PRINCÍPIO BÁSICO DO MODELO

A proposta é construir um modelo que escolha os pesos dos critérios dentro do intervalo gerado pelo MACBETH, de tal forma que os pesos estejam mais próximos quanto possível dos valores determinados por ENTROPIA.

5.2. ALGORITMO

O método consiste procurar calcular a menor distância possível entre o valor que cada critério pode assumir (dentro do intervalo gerado pelo MACBETH) e o valor do critério gerado por ENTROPIA. A distância de que está se referindo é a distância entre dois números reais (na reta real). Segundo Malta et al (2006), se a e b são números reais, a distância entre eles será o comprimento do intervalo cujos extremos são os pontos correspondentes a a e b na reta real. Esse comprimento é dado por $|a - b|$.

Primeiramente se define o conjunto dos dados originais, necessários à determinação dos pesos. Esse conjunto é composto de:

- Intervalo de pesos do MACBETH para cada critério;
- Valor que a soma dos pesos dos critérios cujos pesos faltam a ser encontrados deve ter;
- Pesos gerados por ENTROPIA para cada critério.

Note que inicialmente tem que ser distribuído o valor 1 (um) entre os pesos dos critérios, ou seja, a soma dos pesos dos critérios tem que ser igual a 1. Seja a_1 o primeiro valor achado para um critério. O valor que falta a ser distribuído pelos critérios restantes, o qual será chamado de “a soma dos pesos que faltam a ser encontrados”, será igual a $1 - a_1$. Seja a_2 o valor do próximo critério a ser encontrado. A soma dos pesos que faltam a ser encontrados será igual a $1 - a_1 - a_2$.

Para cada critério devem-se comparar os pesos gerados pelo método de Entropia com os limites dos intervalos de pesos gerados pelo método MACBETH.

O valor do peso de um critério gerado por Entropia pode ser:

- Maior que ou igual ao limite superior do intervalo gerado por MACBETH ou
- Menor que ou igual ao limite inferior do intervalo gerado por MACBETH ou
- Maior do que o limite inferior do intervalo gerado por MACBETH e menor do que o limite superior do intervalo gerado por MACBETH, ou seja, o valor gerado por Entropia pode estar dentro intervalo aberto dos valores gerados pelo MACBETH para o peso do critério em questão.

Se o valor dado por entropia for maior do que ou igual ao limite superior do intervalo gerado por MACBETH, a menor distância que o peso pode assumir dentro do intervalo MACBETH será o valor do limite superior, sempre que o peso puder assumir esse valor. Contudo, nem sempre o peso pode assumir esse valor.

Existem casos em que o peso não poderá assumir o valor do limite superior gerado pelo MACBETH. Isto se refere apenas a casos em que o peso por entropia é maior do que o limite superior gerado por MACBETH.

Que casos são estes?

São os casos em que se o peso do critério C_i considerado assumisse o valor do limite superior do intervalo gerado pelo MACBETH, ocorre o seguinte:

- A soma de todos os limites inferiores dos pesos que ainda faltam a ser determinados acrescido dos valores dos pesos já determinados ultrapassem 1. Neste caso, deve-se subtrair do limite superior do intervalo gerado por MACBETH para o critério C_i justamente aquilo que ultrapassa 1 na referida conta acima, obtendo assim o peso p_i . Isso assegura que a soma dos pesos já determinados com a soma dos pesos que ainda faltam a ser determinados serão iguais a 1. Basta que os demais pesos assumam o valor dos respectivos limites inferiores do intervalo MACBETH.

Analogamente pode-se mostrar que se o valor dado por entropia for menor do que ou igual ao limite inferior do intervalo gerado por MACBETH, a menor distância que o peso pode assumir dentro do intervalo MACBETH será o valor do limite inferior, sempre que o peso puder assumir esse valor. Nos casos em que esse valor não puder ser assumido pelo peso, faz-se um raciocínio similar ao descrito acima, somando a esse limite inferior o que passar de 1 na soma dos limites superiores dos pesos ainda não determinados.

Para o terceiro caso, em que o peso por entropia c esteja dentro do intervalo gerado por MACBETH, existirá um valor x pertencente a I tal que x seja igual a c . Neste caso, a distância entre c e x será $|c - x| = 0$. Como o módulo é sempre um número não negativo, segue-se que o valor zero é a menor distância possível por ser o menor número não negativo. Ou seja, o valor x pertencente ao intervalo I será o valor que apresenta a menor distância a c e esse deverá ser o valor atribuído ao peso em questão sempre que isso for possível. Para os casos em que isso não for possível um dos dois procedimentos descritos acima para os dois casos anteriores servirá para a correção e determinação do valor do peso.

Acima foi feito um esboço sobre a idéia básica do algoritmo. Agora, ele será detalhado.

Para o primeiro caso, se o peso gerado pelo método Entropia for maior que ou igual ao limite superior do intervalo do MACBETH, então será necessário comparar duas somas: a soma dos pesos que faltam para ser encontrados e a soma do limite superior do critério em questão acrescido dos valores correspondentes aos limites inferiores do MACBETH para os outros critérios. Se a primeira soma for maior do que ou igual à segunda, o valor do critério em questão será igual ao limite superior desse critério no MACBETH. Caso a segunda soma se mostrar maior do que a primeira, o valor do critério será igual à soma

dos pesos que faltam a ser encontrados menos a soma dos limites inferiores no MACBETH dos outros critérios que faltam ser encontrados.

Para o segundo caso, devem-se comparar duas somas: limite superior do critério em questão acrescido da soma dos limites inferiores dos outros critérios e a soma dos pesos que faltam a ser encontrados. Caso a primeira soma seja maior do que ou igual à segunda, o valor do critério em questão é igual ao limite inferior desse critério no MACBETH. Se, por outro lado, a segunda soma for maior do que a primeira, então, procede-se à comparação de dois outros valores: a soma dos pesos que faltam a ser encontrados menos a soma dos limites inferiores dos outros critérios e o limite superior do critério em questão. Se o primeiro valor for menor do que ou igual ao segundo, então o critério em questão será igual à soma dos pesos que faltam a ser encontrados menos a soma dos limites inferiores dos outros critérios. Se o segundo valor for menor do que o primeiro, então o valor do critério em questão será igual ao limite superior deste critério no MACBETH.

Para o terceiro caso, tem-se que comparar outros dois valores: o peso por Entropia do critério em questão mais a soma dos limites superiores dos outros critérios e a soma dos pesos que faltam a ser encontrados. Se a primeira soma for maior do que ou igual à segunda, então o valor do critério em questão será igual ao peso por Entropia. Caso o segundo valor seja maior do que o primeiro, então o critério em questão será igual à soma dos pesos que faltam a ser encontrados menos a soma dos limites superiores no MACBETH dos outros critérios que faltam ser encontrados.

Uma vez que se achou o valor de cada critério através do procedimento descrito acima, deve-se fazer o seguinte:

- Valor achado desta forma para cada critério menos o seu peso por ENTROPIA.
- Pegar o módulo dessa diferença.
- Pegar o valor máximo entre esses módulos.
- Pegar o critério correspondente a esse módulo associá-lo ao valor que foi usado para subtrair o peso por ENTROPIA.
- Retirar esse critério e o valor dele do conjunto de dados anterior, formando o novo conjunto de dados.

- A partir desse novo conjunto, executar o mesmo procedimento novamente até que se ache o valor de todos os critérios.

Esse procedimento garante que a cada momento cada critério assumirá o valor - dentro do seu intervalo MACBETH - que representa a menor distância possível ao valor dado por entropia para esse critério. Essa distância será chamada de “Min_dist”. Dentre os critérios, a cada momento, apenas um terá o seu valor escolhido. Será aquele que apresentar a maior Min_dist. Ou seja, a maior distância apresentada por um critério ao valor correspondente dado por entropia será a menor possível a cada escolha. Como referido mais acima, trata-se de um problema de Min {Max}.

Falta demonstrar que esse algoritmo produz os resultados esperados, ou seja, que o resultado converge. Isso será feito mostrando que, se depois de terem sido encontrados os valores dos pesos por meio desse algoritmo, os valores dos pesos dados por entropia for trocado por esses valores e se executar o algoritmo novamente, os novos valores que serão determinados dessa forma serão os mesmos que os anteriores.

Uma vez que se siga esse algoritmo, ao final, os valores de todos os pesos estarão dentro do intervalo MACBETH. Assim, se esses valores encontrados forem usados no lugar dos pesos gerados por Entropia para que se execute novamente o algoritmo, ter-se-á o seguinte. A menor distância que cada peso pode ter - dentro do intervalo MACBETH - em relação ao valor preenchido pelos valores dos pesos encontrados (onde antes foi preenchido pelo valor dado por Entropia) será zero para todos os critérios, uma vez que cada critério poderá assumir - e, uma vez que estamos em um processo de minimização da distância entre o valor que o critério terá e o valor a ele atribuído pelo processo anterior - e (necessariamente) assumirá como valor o valor do peso encontrado anteriormente. Logo a máxima distância entre os valores do peso de cada um dos critérios para o respectivo peso que foi atribuído será zero, e o algoritmo pegará a distância do primeiro critério como a máxima e escolherá como valor do seu peso o valor que foi atribuído. Como todas as distâncias serão iguais a zero, segue-se que o segundo critério, cujo peso for calculado, também terá como valor de seu peso o valor correspondente que foi atribuído no início. E assim sucessivamente até o último critério. Desta forma, o resultado será exatamente o mesmo do que o gerado pelo processo inicial, ou seja, o algoritmo converge.

Foi construído um arquivo Excel que executa o algoritmo descrito acima. O arquivo foi construído para trabalhar com até nove critérios. A razão para isso é a limitação cognitiva humana para a memória de curto prazo, que, segundo o psicólogo cognitivo George Miller (apud Gazzaniga, et al, 2005) armazena somente sete mais ou menos dois itens ao mesmo tempo.

O arquivo Excel construído possui três planilhas.

A primeira planilha tem o nome de “Entradas e resultado”. É apenas nessa planilha que o usuário irá trabalhar. As outras duas são para os cálculos e ordenação dos resultados. A ordenação dos critérios de escolha é feita seguindo os critérios de ordenação descritos acima.

O usuário insere os dados referentes ao número de critérios, limites superiores e inferiores do intervalo gerado pelo MACBETH e valor dos pesos gerados pelo método entropia. Conforme pode ser visto na figura 1, os dados são preenchidos nas células verdes.

Entrada de dados:

Número de critérios 9

Ordenar

Critérios			1	2	3	4	5	6	7	8	9
			A	B	C	D	E	F	G	H	I
Preencher →	Macbeth	Limite superior	0,12	0,15	0,08	0,14	0,11	0,11	0,17	0,14	0,09
Preencher →	Macbeth	Limite inferior	0,055	0,07	0,04	0,1	0,1	0,1	0,12	0,09	0,07
Preencher →	Entropia	Peso	0,07	0,16	0,075	0,095	0,095	0,12	0,14	0,16	0,085

FIGURA 1 – Entrada de dados.

Uma vez preenchida a planilha com os dados ditos acima, o usuário deverá clicar no botão cinza “Ordenar” que aparece na figura 1. Esse botão aciona uma macro que transfere os dados para as outras planilhas de cálculos e ordenação. A tabela com os resultados aparecerá na mesma planilha conforme mostra a tabela 1.

RESULTADO	
Critério	Peso Final
A	0,09
B	0,15
C	0,08
D	0,1
E	0,1
F	0,11
G	0,14
H	0,14
I	0,09

TABELA 1 – Saída dos resultados.

Agora será visto a aplicação desse método na resolução de um problema de escolha de apartamentos.

5.3. APLICAÇÃO NO PROBLEMA DE ESCOLHA DO IMÓVEL

5.3.1 MODELAGEM

O problema consiste em escolher um imóvel com base em seis critérios considerados relevantes e suficientes para a solução do problema.

Os critérios são:

- Preço do imóvel (em R\$ mil) – foi estabelecido a priori que o imóvel o preço do imóvel estaria compreendido no intervalo de R\$ 140.000,00 a R\$ 300.000,00.
- Número de vagas na garagem – foi estabelecido que o apartamento deveria ter no mínimo uma e no máximo três garagens.
- Tamanho do apartamento (M^2) – o apartamento deve ter entre $50 m^2$ a $120 m^2$
- Número de quartos – o apartamento deve ter no mínimo dois e no máximo três quartos.
- Idade do imóvel – o imóvel deve ter entre um ano e sete anos.
- Nível de segurança – O apartamento deve estar no mínimo no grau 1 e no máximo no grau 5 quanto a esse item, conforme o bairro em que se encontra, cujo grau de segurança aparece na tabela 2.

CÓDIGO	BAIRRO	NÍVEL DE SEGURANÇA
JG	Jardim Guanabara	4
MO	Moneró	3
CO	Cocota	2
PB	Praia da Bandeira	2
RB	Ribeira	2

TABELA 2 - Nível de segurança das regiões. Fonte: (Oliveira, 2008).

A matriz de critérios e alternativas é mostrada na tabela 3.

ALTERNATIVA	CÓDIGOS PARA AVALIAÇÃO	NÍVEL DE SEGURANÇA	PREÇO DO IMÓVEL (R\$ MIL)	NÚMERO DE QUARTOS	IDADE DO IMÓVEL (ANOS)	TAMANHO (M2)	VAGAS NA GARAGEM
PB1	PB - 140 - 2Q - 1A - 80M2 - 1V	2	140,00	2	1	80	1
JG1	JG - 170 - 2Q - 2A - 80M2 - 2V	4	170,00	2	2	80	2
RB1	RB - 185 - 2Q - 1A - 95M2 - 1V	2	185,00	2	1	95	1
JG2	JG - 150 - 3Q - 6A - 75M2 - 1V	4	150,00	3	6	75	1
MO1	MO - 155 - 3Q - 5A - 75M2 - 2V	3	155,00	3	5	75	2
CO1	CO - 160 - 3Q - 5A - 85M2 - 2V	2	160,00	3	5	85	2
JG3	JG - 180 - 3Q - 6A - 85M2 - 1V	4	180,00	3	6	85	1
JG4	JG - 180 - 3Q - 4A - 100M2 - 2V	4	180,00	3	4	100	2
JG5	JG - 190 - 3Q - 4A - 110M2 - 1V	4	190,00	3	4	110	2
JG6	JG - 150 - 3Q - 5A - 90M2 - 1V	4	150,00	3	5	90	1
RB2	RB - 270 - 3Q - 1A - 110M2 - 1V	2	270,00	3	1	110	2

TABELA 3 – Critérios e alternativas. Fonte: (Oliveira, 2008).

A tabela acima apresenta os critérios em unidades que não representam ainda valores que sejam comparáveis entre si. É preciso um tratamento nos dados feito juntamente com o decisor, de modo que se criem escalas para os critérios, tais que essas representem as preferências cardinais do decisor.

Para a realização das avaliações intracritérios foi utilizado o MACBETH Scores. O resultado é apresentado na tabela 4.

ALTERNATIVA	CÓDIGOS PARA AVALIAÇÃO	NÍVEL DE SEGURANÇA	PREÇO DO IMÓVEL (R\$ MIL)	NÚMERO DE QUARTOS	IDADE DO IMÓVEL (ANOS)	TAMANHO (M2)	VAGAS NA GARAGEM
PB1	PB - 140 - 2Q - 1A - 80M2 - 1V	58,3	100,0	66,7	100,0	33,3	62,5
JG1	JG - 170 - 2Q - 2A - 80M2 - 2V	100,0	63,6	66,7	83,3	33,3	100,0
RB1	RB - 185 - 2Q - 1A - 95M2 - 1V	58,3	31,8	66,7	100,0	75,0	62,5
JG2	JG - 150 - 3Q - 6A - 75M2 - 1V	100,0	95,5	100,0	50,0	16,7	62,5
MO1	MO - 155 - 3Q - 5A - 75M2 - 2V	83,3	84,1	100,0	50,0	16,7	100,0
CO1	CO - 160 - 3Q - 5A - 85M2 - 2V	58,3	72,7	100,0	33,3	50,0	100,0
JG3	JG - 180 - 3Q - 6A - 85M2 - 1V	100,0	50,0	100,0	33,3	50,0	62,5
JG4	JG - 180 - 3Q - 4A - 100M2 - 2V	100,0	50,0	100,0	75,0	87,5	100,0
JG5	JG - 190 - 3Q - 4A - 110M2 - 1V	100,0	18,2	100,0	66,7	100,0	100,0
JG6	JG - 150 - 3Q - 5A - 90M2 - 1V	100,0	95,5	100,0	66,7	66,7	62,5
RB2	RB - 270 - 3Q - 1A - 110M2 - 1V	58,3	13,6	100,0	100,0	100,0	100,0

TABELA 4 – Matriz de decisão. Fonte: (Oliveira, 2008).

Pela tabela acima, fica evidente que para esse problema não é possível realizar a escolha apenas usando o conceito de dominância. Prossegue-se, então, a busca pela determinação dos pesos.

Da mesma forma, foi buscado em Oliveira, Correia e Soares de Mello (2008) os valores dos pesos calculados por Entropia e o intervalo de pesos gerado através do método MACBETH. A tabela 5 apresenta esses pesos com os respectivos critérios.

Pesos por Entropia

FÓRMULA	NÍVEL DE SEGURANÇA	PREÇO DO IMÓVEL (R\$ MIL)	NÚMERO DE QUARTOS	IDADE DO IMÓVEL (ANOS)	TAMANHO DO IMÓVEL (M2)	NÚMERO DE VAGAS
$\Sigma(a_{ij} \cdot \log(a_{ij}))$	-1,0215	-1,0360	-1,0352	-0,9223	-1,0375	-1,0180
$E_j = -(1/\log(11)) \cdot \Sigma(a_{ij} \cdot \log(a_{ij}))$	0,9809	0,9948	0,9941	0,8856	0,9962	0,9775
$D_j = 1 - E_j$	0,0191	0,0052	0,0059	0,1144	0,0038	0,0225
$W_j = D_j / (\Sigma D_j)$	11%	3%	3%	67%	2%	13%

TABELA 5 – Pesos por Entropia. Fonte: (Oliveira, Correia e Soares de Mello, 2008)

Deixando a planilha de forma mais operacional tem-se a tabela 5 (mostrando 4 casas decimais):

Pesos	1- Preço do Imóvel	2- Vagas na garagem	3- Número de quartos	4- Idade do imóvel	5- Segurança	6- Tamanho	Soma
W_j	0,0052	0,0225	0,0059	0,1144	0,0191	0,0038	0,1709
W_j (normalizado)	0,0304	0,1317	0,0345	0,6694	0,1118	0,0222	1

TABELA 6 – Pesos por Entropia, normalizados e em forma decimal.

Serão mostrados na figura 2 os intervalos de pesos MACBETH Resultado do Julgamento de Critérios pelo decisor, utilizando o MACBETH weights.

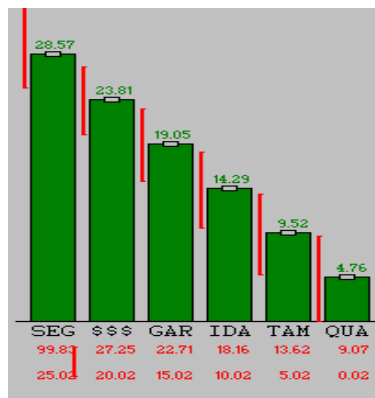


FIGURA 2 – Resultado do Julgamento de Critérios no MACBETH weights. Fonte: (Oliveira, 2008).

O mesmo resultado pode ser mostrado em forma de tabela. É o que se vê na tabela 7. Têm-se aqui os limites mínimos e máximos que definem os intervalos de variação possível dos pesos de cada critério.

LIMITES	1- Preço do Imóvel	2 - Vagas na garagem	3 - Número de quartos	4 - Idade do imóvel	5 -Segurança	6 - Tamanho	Soma
MIN	20,02	15,02	0,02	10,02	25,02	5,02	75,12
MAX	27,25	22,71	9,07	18,16	99,83	13,62	190,64

TABELA 7 – Intervalos de pesos MACBETH. Fonte: (Oliveira, 2008).

Para a normalização dos valores, basta dividir os valores dos pesos por 100.

Assim foi construída a tabela 8:

LIMITES	1- Preço do Imóvel	2- Vagas na garagem	3 - Número de quartos	4 - Idade do Imóvel	5 - segurança	6 - Tamanho	Soma
MIN	0,2002	0,1502	0,0002	0,1002	0,2502	0,0502	0,7512
MAX	0,2725	0,2271	0,0907	0,1816	0,9983	0,1362	1,9064

TABELA 8 – Intervalos de pesos MACBETH normalizados.

A tabela 9 mostra a equivalência de nomes dos critérios com as letras da planilha Excel que foi construída para depois ser usada no modelo que foi criado neste trabalho.

1- Preço do Imóvel	A
2 - Vagas na garagem	B
3 - Número de quartos	C
4 - Idade do imóvel	D
5 -Segurança	E
6 - Tamanho	F

TABELA 9 – Equivalência dos critérios.

Usando o algoritmo desenvolvido e a planilha construída para calcular os pesos no modelo híbrido, serão preenchidos os dados de entrada da planilha, conforme a figura 3

Dados de entrada:

Entrada de dados:

Número de critérios6

Ordenar

			1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Crítérios		A	B	C	D	E	F	G	H	I
Preencher →	Macbeth	Limite superior	0,2725	0,2271	0,0907	0,1816	0,9983	0,1362			
Preencher →	Macbeth	Limite inferior	0,2002	0,1502	0,0002	0,1002	0,2502	0,0502			
Preencher →	Entropia	Peso	0,0304	0,1317	0,0345	0,6694	0,1118	0,0222			

FIGURA 3 – Dados do problema inseridos na planilha.

A tabela 10 mostra a consistência dos dados calculada pela planilha.

Soma dos limites superiores =			1,9064
Soma dos limites inferiores =			0,7512
Soma dos pesos da ENTROPIA =			1

TABELA 10 – Tabela de consistência.

Os resultados calculados pela planilha aparecem na tabela 11.

RESULTADO	
Critério	Peso Final
A	0,2002
B	0,2271
C	0,0907
D	0,1816
E	0,2502
F	0,0502

TABELA 11 – Valor dos pesos dado pelo método híbrido.

Usando a tabela 9 e substituindo as letras representativas dos critérios pelo valor encontrado, tem-se o resultado que é mostrado na tabela 12.

CRITÉRIO	PESO
1- Preço do Imóvel	0,2002
2 - Vagas na garagem	0,2271
3 - Número de quartos	0,0907
4 - Idade do imóvel	0,1816
5 -Segurança	0,2502
6 - Tamanho	0,0502

TABELA 12 – Critérios e pesos correspondentes.

Juntando esse resultado com a tabela MACBETH weights, tem-se a tabela 13 com a pontuação final de cada alternativa:

Alternativa	1- Preço do Imóvel	2 - Vagas na garagem	3 - Número de quartos	4 - Idade do imóvel	5 -Segurança	6 - Tamanho	Pontuação
PB1	100,0	62,5	66,7	100,0	58,3	33,3	74,68176
JG1	63,8	100,0	66,7	83,3	100,0	33,3	83,35139
RB1	31,8	62,5	66,7	100,0	58,3	75,0	63,12146
JG2	95,5	62,5	100,0	50,0	100,0	16,7	77,32119
MO1	84,1	100,0	100,0	50,0	83,3	16,7	79,37682
CO1	72,7	100,0	100,0	33,3	58,3	50,0	69,47848
JG3	50,0	62,5	100,0	33,3	100,0	50,0	66,85103
JG4	50,0	100,0	100,0	75,0	100,0	87,5	84,8225
JG5	18,2	100,0	100,0	66,7	100,0	100,0	77,57636
JG6	95,5	62,5	100,0	66,7	100,0	66,7	82,86391
RB2	13,6	100,0	100,0	100,0	58,3	100,0	72,26938
Pesos	0,2002	0,2271	0,0907	0,1816	0,2502	0,0502	

TABELA 13 – Pontuação final.

Ordenando essa planilha em ordem decrescente de preferência tem-se a tabela 14, a qual mostra o ranking das alternativas.

Alternativa	1- Preço do Imóvel	2 - Vagas na garagem	3 - Número de quartos	4 - Idade do imóvel	5 -Segurança	6 - Tamanho	Pontuação
JG4	50,0	100,0	100,0	75,0	100,0	87,5	84,8225
JG1	63,8	100,0	66,7	83,3	100,0	33,3	83,35139
JG6	95,5	62,5	100,0	66,7	100,0	66,7	82,86391
MO1	84,1	100,0	100,0	50,0	83,3	16,7	79,37682
JG5	18,2	100,0	100,0	66,7	100,0	100,0	77,57636
JG2	95,5	62,5	100,0	50,0	100,0	16,7	77,32119
PB1	100,0	62,5	66,7	100,0	58,3	33,3	74,68176
RB2	13,6	100,0	100,0	100,0	58,3	100,0	72,26938
CO1	72,7	100,0	100,0	33,3	58,3	50,0	69,47848
JG3	50,0	62,5	100,0	33,3	100,0	50,0	66,85103
RB1	31,8	62,5	66,7	100,0	58,3	75,0	63,12146

TABELA 14 – Ranking das alternativas.

Utilizando o método Entropia para balizar a escolha do valor do peso dentro dos limites estabelecidos pelo decisor, respeitando desta forma seus os pontos de vista subjetivos a alternativa recomendada por esse método híbrido é a alternativa JG4.

Oliveira (2008) compara para o mesmo estudo de caso os métodos Entropia, MACBETH, DEA clássico e DEA com restrições aos pesos. Neste último caso para gerar as restrições aos pesos que foram adicionadas ao modelo DEA clássico, foi utilizado o resultado do julgamento de critérios do método MACBETH weights.

Com relação ao método Entropia, Oliveira (2008) argumenta que o critério idade do imóvel foi supervalorizado devido á sua alta dispersão, o que acabou prejudicando o

resultado. Um método que não leve em conta diretamente as preferências do decisor na formação dos pesos não é o método mais adequado para o auxílio à decisão, a não ser que o decisor não consiga fazer um julgamento de valor com respeito aos critérios e alternativas. Por essa razão é preferível a esse método o MACBETH ou o método híbrido que foi desenvolvido neste trabalho.

Com relação ao método DEA clássico, Oliveira (2008) mostra que mais de 70% das DMU's foram consideradas eficientes. Desta forma, esse método mostrou baixa discriminação entre as alternativas. Além disto, apareceram pesos zero para um ou mais critérios em todas as DMU's. Isso significa, conforme mostra Oliveira (2008) que alguns critérios foram ignorados na análise. Como os critérios já haviam sido escolhidos pelo decisor por considerá-los importante no processo decisório, deixar alguns critérios de lado não atende a expectativa do decisor. Portanto, para esse caso, esse outro método também deve ser preterido.

Oliveira (2008) considerou que o método DEA com restrições aos pesos apresentou resultados promissores, mas ressaltou que é preciso testar este método em outras aplicações. A restrição aos pesos para o DEA adveio do uso do MACBETH. Esse processo utiliza um método subjetivo (conforme a definição que está sendo usada) para a determinação do intervalo de pesos, e o integra a outro que não leva em consideração as preferências do decisor com respeito a suas preferências intracritérios. Esse método mediu a eficiência das DMU's tendo como input o preço do imóvel e como output os outros cinco critérios. Como resultado, JG2 e JG6 ficaram empatadas em primeiro lugar com índice 1, ou seja, as duas foram consideradas eficientes. O modelo DEA com restrições aos pesos não conseguiu discernir entre essas alternativas. No entanto, pode ser visto pela tabela 3 que a alternativa JG6 supera a alternativa JG2. O modelo pretende medir a eficiência das DMU's e, no entanto atribui valor 1 (máxima eficiência) a uma DMU que é superada por outra, o que não faz sentido. Isto mostra certa fragilidade desse modelo.

Quando Oliveira (2008) utiliza apenas o MACBETH com pesos fixos obtidos no MACBETH weights, sem considerar um intervalo, a melhor opção foi a JG5, ficando a alternativa JG4 em segundo lugar com uma pontuação bem próxima.

Pelo método que foi desenvolvido neste trabalho, JG4 foi apontada como a melhor alternativa.

Observando a tabela 3 pode ser visto que a alternativa JG4 é melhor do que a JG5 com relação aos critérios “preço do imóvel” e “idade do imóvel” e é pior em relação ao critério “tamanho do imóvel”.

Dado que o decisor está incerto sobre o valor exato do peso de um critério, é razoável que ele possa escolher um intervalo para os pesos, e através de um método “objetivo” seja determinado o valor exato deste peso, auxiliando o decisor a encontrar um valor exato dentro do intervalo que ele definiu e proporcionando-lhe alguma segurança quanto a essa escolha. O método Entropia aplica-se bem neste caso, servindo de referência na determinação do peso a ser usado e proporcionando maior segurança ao decisor com respeito à qualidade de sua decisão.

A recomendação a fazer é que se apresente ao decisor a alternativa sugerida pelo método híbrido juntamente com a alternativa apontada como mais adequada pelo método MACBETH. O decisor comparará diretamente essas duas alternativas, com base na matriz de decisão, e escolherá a que lhe convier.

6. CONCLUSÃO

Através desse trabalho, foi montado um método híbrido para o auxílio à decisão, combinando elementos de uma abordagem multicritério “subjettiva” – o MACBETH – com outra “objetiva” – a Entropia. O método híbrido desenvolvido mostra sua pertinência através do estudo de caso referente à escolha de um imóvel para se comprar.

Podem ocorrer variações na sugestão da alternativa mais adequada se os pesos dos critérios forem alterados. Quando há incerteza sobre o valor exato deste peso, o processo de auxílio à decisão pode não levar à solução mais adequada. Parece ser razoável trabalhar com intervalos de pesos dentro dos quais o decisor está seguro em que se encontra o valor que representa sua preferência intercritérios. O método Entropia, ao avaliar como mais relevantes para a escolha os critérios em relação aos quais as alternativas apresentam maiores variações de atratividade, parece ser apropriado para determinar o valor exato de cada peso, dentro do intervalo escolhido pelo decisor. Uma vez adquirida a informação sobre a alternativa indicada por esse método híbrido, sugere-se que ela seja comparada com a alternativa apontada pelo método MACBETH com pesos fixos. Ao decisor caberá fazer sua escolha comparando diretamente essas duas alternativas, com base na matriz de decisão.

7. BIBLIOGRAFIA

BANA E COSTA, C.A. & VANSNICK, J.C. (2008) A critical analysis of the eigenvalue method used to derive priorities in AHP. *European Journal of Operational Research* 187, 1422–1428.

BANA E COSTA, C.A. (2005). On the mathematical foundations of MACBETH. In *Multiple Criteria decision Analysis: State of the Art Surveys*. Ed. Springer, pages 409-442.

BANA E COSTA, C. A.; DE CORTE, J. –M.; VANSNICK, J.-C. (2003). MACBETH. Working paper LSEOR 03.56. London School of Economics.

BANA E COSTA, C.A. & VANSNICK, J.C. (1997). A theoretical framework for Measuring Attractiveness by a Categorical Based Evaluation Technique (MACBETH). In J. Climaco, editor, *Multicriteria Analysis. Proceedings of the XIth International Conference on MCDM*, pages 15-24, Springer Verlag, Berlin.

BARBA-ROMERO, S.; POMEROL, J.C. Decisiones multicriterio: fundamentos teóricos e utilización práctica. Colección de Economía. Alcalá: Universidad de Alcalá, 1997.

DENG, H.; YEH, C.; WILLIS, R.J. (2000) Inter-company comparison using modified topsis with objective weights. *Computers & Operations Research* Vol.27, p.963-973.

GAZZANIGA, M. S.; HEATHERTON, T. F. (2005) Ciência psicológica: mente, cérebro e comportamento. Ed. Artmed, 2^a imp. rev., páginas 214-223. Porto Alegre.

GOMES, L.F.A.M. (2007). Teoria da decisão. Ed. Thomson Learning, São Paulo.

GOMES, L.F.A.M.; ARAYA, M.C.G.; CARIGNANO, C. (2004) Tomada de Decisões em cenários complexos. Ed. Thomson

GOMES, L.F.A.M.; GOMES, C.F.S.; DE ALMEIDA, A.T. (2006) Tomada de Decisão Gerencial – Enfoque Multicritério. Editora Atlas, 2a edição.

LAURENCEL, L. C.; GOMES, L. F. A. M. (2001). A Contribuição da Escola Holandesa ao Apoio Multicritério à Decisão: Uma Síntese Interpretativa. *Pesquisa Naval*, Rio de Janeiro, v. 14, p. 37-55.

MALTA, I; PESCO, S.; LOPES, H. (2006). Cálculo a uma variável – volume I – Uma introdução ao cálculo. Edições Loyola, 3^a edição, São Paulo.

MARTINS, R. C. (1995). Sobre a atualidade de proposições de Ludwig Boltzmann. Revista da SBHC, n. 13, p.81-94.

OLIVEIRA, L.S.M. (2008). Comparação de métodos de apoio à decisão na seleção de um imóvel. Dissertação de mestrado. Engenharia de Produção. UFF.

OLIVEIRA, L.S.M.; CORREIA, T.C.V.D.; SOARES DE MELLO, J.C.C.B. (2007) Exemplo comparativo de Métodos Subjetivos e Objetivos em Multicritério. XXVII Encontro Nacional de Engenharia de Produção, 2007, Foz do Iguaçu. Anais do XXVII ENEGEP.

OLIVEIRA, L.S.M.; CORREIA, T.C.V.D.; SOARES DE MELLO, J.C.C.B. (2008) Métodos Multicritério de Auxílio à Decisão aplicados a avaliação e aquisição de imóveis. Relatórios de Pesquisa em Engenharia de Produção V. 8 n. 04

PINEDA, J. O. C. (2006). A entropia segundo Claude Shannon: o desenvolvimento do conceito fundamental da teoria da informação. Dissertação de mestrado. História da ciência. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

PHILLIPS, C. D.; BANA E COSTA, C. A. (2005). Transparent prioritisation, budgeting and resource allocation with multi-criteria decision analysis and decision conferencing. London School of Economics and Political Science.

PRIGOGINE, I. (1996). O fim das certezas: tempo, caos, e as leis da natureza. Editora da Universidade Estadual Paulista, São Paulo.

RANGEL, L. A. D.; SOARES DE MELLO, J. C. C. B.; GOMES, E. G. G.; GOMES, L. F. A. M.; (2003) Avaliação da interiorização dos cursos da Universidade Federal Fluminense com o uso conjugado dos métodos UTA e MACBETH. Investigação Operacional v.23 n.1. p.49-69

ROY, B. & BOUYSSOU, D. (1993) Aide multicritère à la décision: méthodes et cas.

ROY, B. (2005). Paradigms and challenges. In Multiple Criteria decision Analysis: State of the Art Surveys. Ed. Springer, pages 3-24.

SOARES DE MELLO, J.C.C.B. ; CHAVES, M.C.C. ; BARROS, T.D ; RAMOS, T.G. (2007) . Um estudo preliminar da integração de dois métodos de apoio à decisão multicritério: VIP Analysis e MACBETH. Anais do XXXIX SBPO, p. 1372-1381.