AVALIAÇÃO DO CAMPEONATO MUNDIAL DE FÓRMULA 1 COM ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS

Silvio Figueiredo Gomes Júnior
Mestrado em Engenharia de Produção – Universidade Federal do Rio de Janeiro
Rua Passo da Pátria 156, 24210-240, Niterói, RJ
silviofgj@uol.com.br

João Carlos Correia Baptista Soares de Mello
Departamento de Engenharia de Produção – Universidade Federal Fluminense
Rua Passo da Pátria 156, 24210-240, Niterói, RJ
jcsmello@yahoo.com.br

Resumo

Este trabalho analisa os resultados obtidos pelos pilotos no ano de 2005 no Campeonato Mundial de Fórmula 1 segundo a metodologia multicritério *Data Envelopment Analysis* – DEA, que é uma técnica de programação matemática para avaliação de eficiência produtiva entre diversas unidades, denominadas unidades tomadoras de decisão (DMU), segundo os recursos utilizados na obtenção de seus produtos, diferentemente dos métodos multicritério adotados atualmente para estabelecer a classificação da competição, que permite manipulações e distorções nos resultados.

Palavras-chave: DEA, Restrições aos Pesos, Fórmula 1

1. INTRODUÇÃO

Em geral, o objetivo da metodologia DEA é medir a eficiência comparada entre unidades de produção que desenvolvam a mesma atividade quanto à utilização de seus recursos e classificá-las em eficientes ou não-eficientes e dar uma medida relativa da eficiência para as não-eficientes. Além disso, outros objetivos da metodologia DEA consistem em estabelecer um ou mais *benchmarks* e posicionar as outras unidades em relação a eles ou ordená-las segundo as eficiências calculadas.

O modelo é baseado num problema de programação fracionária onde a medida de eficiência é obtida através da razão da soma ponderada dos produtos pela soma ponderada dos insumos.

Esta técnica permite analisar a eficiência de unidades produtivas (DMUs) com múltiplos insumos (inputs) e múltiplos produtos (outputs) através da construção de uma fronteira de eficiência, de tal forma que as unidades que possuírem a melhor relação "produto/insumo" serão consideradas mais eficientes e estarão situadas sobre esta fronteira e, as menos eficientes estarão situadas numa região inferior à fronteira, conhecida como envelope (envoltória).

Os modelos DEA fazem a agregação de *inputs* e *outputs* transformando-os em, respectivamente, *inputs* e *outputs* virtuais, resultantes de uma combinação linear dos *inputs* e *outputs* originais. Os pesos usados nesta combinação linear são calculados através de um problema de programação linear, de forma que cada DMU se beneficie com a melhor combinação de pesos, maximizando sua eficiência (Soares de Mello et al, 2002).

2. O CAMPEONATO MUNDIAL DE FÓRMULA 1

Um campeonato de Fórmula 1 é um conjunto de várias provas automobilísticas, cujos resultados são agregados para estabelecer o resultado final da competição.

Seu início ocorreu no dia 13 de maio de 1950, em Silverstone, Inglaterra, marcado pelo clima de romantismo herdado dos pioneiros do automobilismo. O pole-position e vencedor da primeira prova foi o italiano Guiseppe Farina, que também se consagraria como o primeiro campeão da categoria.

A partir da década de 60, a Fórmula-1 dá início ao desenvolvimento de sua tecnologia e começa a virar um grande laboratório para a criação de equipamentos, que depois passaram a ser incorporados aos carros de passeio, como acontece até os dias de hoje.

Ao longo de mais de cinco décadas, o campeonato se consolidou e se tornou conhecido e admirado em todo o mundo, atraindo milhões de espectadores e um grande volume de investimentos por parte de equipes e patrocinadores.

Desta forma, qualquer variação no resultado de uma corrida pode gerar grandes variações na classificação de um campeonato e representando a perda ou ganho de um grande volume de dinheiro.

Se interpretármos cada corrida como um critério, ou um decisor, o resultado final do campeonato é um problema de multicritério, normalmente ordinal. Como mostrado por Soares de Mello (2002), o regulamento do campeonato mundial de Fórmula 1 segue uma variante do método de Borda, conjugada com o método Lexicográfico.

No método de Borda cada decisor deve ordenar as alternativas de acordo com as suas preferências. À alternativa mais preferida é atribuído um ponto, à segunda dois pontos e assim sucessivamente. Ao final, os pontos atribuídos pelos decisores a cada alternativa são somados e a alternativa que tiver obtido a menor pontuação será a escolhida. No caso específico dos esportes, utiliza-se uma inversão do método, atribuindo maior número de pontos à alternativa mais preferida (concorrente vencedor da competição).

Como regulamento prevê também a possibilidade de empates na pontuação final, são preconizados sucessivos critérios de desempate. Assim o regulamento usa, na verdade, o método Lexicográfico, sendo o critério mais importante (e portanto, o primeiro a ser usado) a pontuação obtida com o método de Borda modificado. Havendo duas alternativas ou mais com o mesmo número de pontos somados ao final do campeonato, é considerado o maior número de vitórias de cada piloto para que haja o desempate. Permanecendo as alternativas empatadas, o segundo critério é o maior número de corridas em que cada piloto terminou uma corrida em segundo lugar e assim sucessivamente.

A utilização de métodos ordinais multicritérios para estabelecer a classificação do campeonato pode gerar grandes distorções na pontuação de pilotos e equipes, devido a "artifícios" utilizados pelas equipes durante as provas ou mesmo por situações diversas passíveis de acontecer durante uma corrida. Por isso, ao longo de todos estes anos, a pontuação sofreu diversas alterações com intuito de diminuir estas distorções e, a partir do ano de 2003, o regulamento do campeonato mundial Fórmula 1 determina que o campeão da temporada é o piloto que somar maior número de pontos ao final de todas as corridas da temporada. Os outros pilotos têm a classificação no campeonato determinada pelo total de pontos alcançados. Em cada corrida, apenas os oito primeiros colocados somam pontos, sendo a pontuação de cada colocado apresentada na Tabela 1.

Colocação	**Pontuação**
1º Colocado	10 pts
2ºColocado	08 pts
3º Colocado	06 pts
4º Colocado	05 pts
5º Colocado	04 pts
6º Colocado	03 pts
7º Colocado	02 pts
8º Colocado	01 pts

Tabela 1 – Pontuação da Fórmula 1 a partir de 2003.

Enquanto no método original a diferença entre duas colocações é a mesma, já que se trata de um método ordinal, na Fórmula 1 a diferença entre o primeiro e segundo colocados e o segundo e o terceio colocados é maior que entre as posições subseqüentes, até o nono colocado (respectivamente 2 e 1 pontos). Para as colocações piores que a nona não há diferença nenhuma, já que nenhum concorrente marca pontos. A intenção é valorizar a vitória e não dar atenção às disputas pelos últimos lugares.

Esta diferença, em que pesem as suas boas intenções, acarreta severas distorções. A primeira, de ordem teórica, é que tenta tratar de forma cardinal um método ordinal. Com efeito, se os dois primeiros colocados chegarem com uma pequena diferença, mesmo assim terão uma diferença de pontuação maior que a existente entre dois outros quaisquer pilotos que, mesmo chegando com uma diferença grande, ocupem posições secundárias. Um exemplo deste fato ocorreu no Grande Prêmio da Espanha, no circuito de Jerez de La Fronteira, no ano de 1986, em que o vencedor da prova, o brasileiro Ayrton Senna, chegou a uma diferença de apenas 0,014 segundos do segundo colocado, o inglês Nigell Mansell e que, na época, devido ao sistema de pontuação utilizado, rendeu a Senna 3 pontos a mais que Mansell.

Figura 1 – Senna e Mansell no GP da Espanha de 1986

Uma segunda conseqüência é mais grave. Como a diferença de pontuação entre dois pilotos com classificações imediatas é diferente conforme a posição, a falta de independência em relação às alternativas irrelevantes é agravada, além disso, o uso do número de vitórias como segundo critério no método lexicográfico agrava ainda mais este fato.

Em relação aos primeiros lugares, já houve várias situações noticiadas. Se dois pilotos da mesma equipe ocuparem as duas primeiras posições, podem trocar de posição, de forma a que um deles se beneficie da maior importância dada à vitória em caso de empate, além de que, antes do ano de 2003, a diferença de pontuação do primeiro para o segundo colocado era maior que em relação às outras posições. Essa situação foi amplamente noticiada em 2002 quando, no grande prêmio da Áustria, Rubens Barrichello cedeu o primeiro lugar a Michael Schumacher perto da linha de chegada (Figura 2).

Figura 2 – Chegada do grande prêmio da Áustria de 2002.

Neste trabalho, é feita uma análise da classificação do campeonato de Fórmula 1 que utiliza um método DEA com restrições aos pesos. Esta análise não pretende ser uma nova classificação do campeonato, apenas um estudo sobre desempenho. Uma potencial aplicação do estudo é verificar servir de base para análises dos pilotas com vistas a contratações ou a prêmios paralelos.

3. *DATA ENVELOPMENT ANALISYS* (DEA)

3.1. Considerações Gerais

A Análise de Envoltória de Dados é um método não-paramétrico, surgido formalmente em 1978 com o trabalho de Charnes et al. (1978), com o objetivo de medir a eficiência de unidades tomadoras de decisão, designadas por DMUs (*Decision Making Units*), na presença de múltiplos fatores de produção (*inputs*) e múltiplos produtos (*outputs*).

As unidades tomadoras de decisão caracterizam-se por desempenhar tarefas semalhantes, ou seja, utilizam os mesmos insumos e desempenham as mesmas tarefas para produzir um mesmo produto. O que as difere são as quantidades de recursos (*inputs*) utilizados e de produtos gerados (*outputs*).

A técnica de construção de fronteiras de produção e indicadores de eficiência produtiva relativa teve origem no trabalho de Farrel (1957) e foi generalizada por Charnes et al. (1978), no sentido de trabalhar com múltiplos insumos e múltiplos produtos.

3.2. Modelos DEA Clássicos

Há dois modelos DEA clássicos: CCR (de Charnes, Cooper e Rhodes) e BCC (de Banker, Charnes e Cooper). O modelo CCR (também conhecido por CRS ou *Constant Returns to Scale*), trabalha com retornos constantes de escala (Charnes et al., 1978). Em sua formulação matemática considera-se que cada DMU k, $k = 1, ..., s$, é uma unidade de produção que utiliza n *inputs* x_{ik}, $i = 1, \ldots, n$, para produzir m *outputs* y_{jk}, $j = 1, \ldots, m$. Esse modelo maximiza o quociente entre a combinação linear dos *outputs* e a combinação linear dos *inputs*, com a restrição de que para qualquer DMU esse quociente não pode ser maior que 1.

Mediante alguns artifícios matemáticos, este modelo pode ser linearizado, transformando-se em um Problema de Programação Linear (PPL) apresentado em (1), onde h_o é a eficiência da DMU o em análise; x_{io} e y_{jo} são os *inputs* e *outputs* da DMU$_o$; v_i e u_j são os pesos calculados pelos modelo para *inputs* e *outputs*.

$$
\begin{aligned}
&\max\ h_o = \sum_{j=1}^{m} u_j y_{jo} \\
&\text{sujeito a} \\
&\sum_{i=1}^{n} v_i x_{io} = 1 \\
&\sum_{j=1}^{m} u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^{n} v_i x_{ik} \le 0 \ , \quad k = 1,\dots,s \\
&u_j, v_i \ge 0 \quad \forall x, y
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

O modelo BCC, também chamado de VRS (*Variable Returns to Scale*) considera situações de eficiência de produção com variação de escala e não assume proporcionalidade entre *inputs* e *outputs*. Apresenta-se em (2) a formulação do problema de programação fracionária, previamente linearizado, para esse modelo (Banker et al., 1984). Em (2) h_o é a eficiência da DMU$_o$ em análise; x_{ik} representa o *input i* da DMU$_k$, y_{jk} representa o *output j* da DMU$_k$; v_i é o peso atribuído ao *input i*, u_j é o peso atribuído ao *output j*; u^* é um fator de escala.

$$
\begin{aligned}
&\max\ h_o = \sum_{j=1}^{m} u_j y_{jo} + u^* \\
&\text{sujeito a} \\
&\sum_{i=1}^{n} v_i x_{io} = 1 \\
&\sum_{j=1}^{m} u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^{n} v_i x_{ik} \le 0 \ , \quad k = 1,\dots,s \\
&u_j, v_i \ge 0 \quad \forall x, y \\
&u^* \in \Re
\end{aligned}
\qquad (2)
$$

A Figura 3 mostra as fronteiras DEA BCC e CCR para um modelo DEA bidimensional (1 *input* e 1 *output*). As DMUs A, B e C são BCC eficientes; a DMU B é CCR eficiente. As DMUs D e E são ineficientes nos dois modelos. A eficiência CCR e BCC da DMU E é dada, respectivamente, por $\left(\overline{\mathrm{E''E'''}}/\overline{\mathrm{E''E}}\right)$ e $\left(\overline{\mathrm{E''E'}}/\overline{\mathrm{E''E}}\right)$.

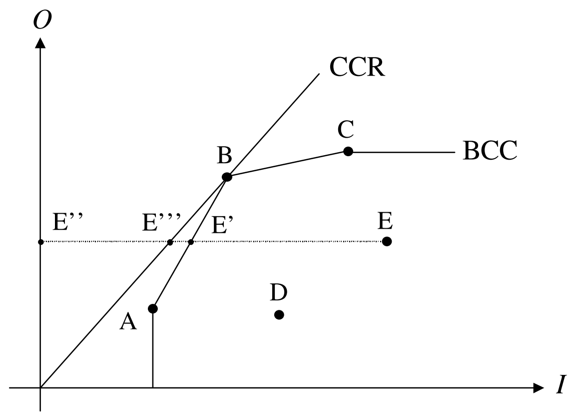

Figura 3 – Fronteiras DEA BCC e CCR para o caso bidimensional.

Além de identificar as DMUs eficientes, os modelos DEA permitem medir e localizar a ineficiência e estimar uma função de produção linear por partes, que fornece o *benchmark* para as DMUs ineficientes. Esse *benchmark* é determinado pela projeção das DMUs ineficientes na fronteira de eficiência. A forma como é feita esta projeção determina orientação do modelo: orientação a *inputs* (quando se deseja minimizar os *inputs*, mantendo os valores dos *outputs* constantes) e orientação a *outputs* (quando se deseja maximizar os resultados sem diminuir os recursos).

Em ambos os modelos acima, não é considerada nenhuma restrição aos pesos estipulados para os *inputs* e *outputs*, exceto serem estritamente positivos. Desta forma, o método tende a ser benevolente com as DMUs, estipulando pesos que as favoreçam.

Em relação a isto, Ângulo-Meza (2000) faz algumas considerações:

- A flexibilidade nos pesos permite que as DMUs possam ter objetivos individuais e circunstâncias particulares, o que não condiz com o fato delas serem homogêneas;
- Em algumas situações, dispõe-se de informações significativas com respeito à importância dos insumos e dos produtos e sobre a relação entre as variáveis;
- Os especialistas, com freqüência, tem percepção a priori sobre DMUs eficientes e ineficientes.

3.3. Restrições aos Pesos

A incorporação de julgamento de valor através de restrições aos pesos pode ser dividida em três grupos de métodos , segundo Lins e Ângulo-Meza (2000): restrições diretas nos pesos, regiões de segurança e restrições nos *inputs* e *outpus* virtuais.

O enfoque de restrições diretas nos pesos, desenvolvido por Dyson e Thanassoulis (1988) e generalizado por Roll, Cook e Golany (1991), propõe o estabelecimento de limites numéricos aos multiplicadores, com o objetivo de não superestimar ou ignorar *inputs* ou *outputs* na análise. Este tipo de restrição pode levar à inviabilidade do PPL, uma vez que, estabelecer um limite superior ao peso de um *input*, implica em um limite inferior no *input* virtual total do resto das variáveis, e por sua vez isso tem implicações para os valores que podem tomar os *inputs* restantes.

O método de Regiões de Segurança (*Assurance Region* – AR), desenvolvido por Thompson et al. (1990), limita a variação dos pesos a uma determinada região. As restrições da abordagem por AR são de dois tipos: Tipo I (ou método *Cone Rattio*) e Tipo II.

Para o tipo I, é incorporada à análise a ordenação relativa ou valores relativos de *inputs* e *outputs*, as equações que representam as restrições estão apresentadas em (3) e (4).

$$k_i v_i + k_{i+1} v_{i+1} \leq v_{i+2} \tag{3}$$

$$\alpha_i \leq v_i / v_{i+1} \leq \beta_i \tag{4}$$

A região do segurança Tipo II, apresentada por Thompon et al. (1990) compreende restrições que relacionam os pesos dos *inputs* e dos *outputs*, conforme (5).

$$\gamma_i v_i \geq u_j \tag{5}$$

Outra forma de restringir a liberdade dos pesos, conforme descrito por Branco da Silva e Soares de Mello (2005) é baseada no fato de que a contribuição de um *input* à DMU é $v_i x_i$. Assim, um critério de seleção pode ser o de incluir apenas os *inputs* e *outputs* que contribuem de "maneira significativa" aos custos totais e benefícios relevantes a uma DMU. Ao invés de restringir os valores dos pesos, são definidas restrições à proporção do *output* virtual total da DMUj, utilizado pelo *output* r, ou seja, a "importância relacionada" ao *output* r pela DMUj, ao intervalo $[\phi_r, \varphi_r]$, com ϕ_r e φ_r sendo determinados pelo especialista (Wong e Beasley, 1990). A restrição no *output* r é apresentada em (6).

$$\phi_r \leq \left(u_r y_{rj} \Big/ \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} \right) \leq \varphi_r \tag{6}$$

onde $\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}$ representa o *output* virtual total da DMUj.

4. ESTUDO DE CASO: EFICIÊNCIA DOS PILOTOS NO CAMPEONATO DE FÓRMULA 1 – MODELO PROPOSTO

O campeonato de Fórmula 1 do ano de 2005 e composto por 19 corridas, com a participação de 20 pilotos em cada prova e um total de 10 equipes concorrentes.

A modelagem em DEA exige a definição das DMUs, das variáveis de avaliação (*inputs* e *outputs*) e do modelo DEA que será utilizado.

As DMUs utilizadas são os pilotos que participaram dos treinos classificatórios de, pelo menos, uma prova na temporada de 2005, conseguindo classificação no grid de largada. Coo ocorreram substituições de pilotos durante o campeonato, tem-se um total de 27 pilotos no modelo estudado.

Na escolha das variáveis utilizadas no modelo, optou-se por um *input* único, que é o número de participações do piloto (DMU) na formação do grid de largada, pois terão assim a oportunidade de participar da prova e conseguir algum resultado no final da corrida. Como *output*, o número de vezes que o piloto completou a prova em uma determinada posição. Como cada prova possui 20 pilotos participando, tem-se então um total de 20 variáveis de *output*, já que no Grande Prêmio de Monza – Itália, todos os pilotos completaram a prova, o que não ocorria há várias décadas.

Apesar das grandes diferenças econômicas e de tecnologia existente de uma equipe para outra, a utilização destas variáveis busca tornar homogêneas as DMUs pois imagina-se que todos os pilotos possuem as mesmas oportunidades de conseguir uma boa colocação na prova.

Como existe linearidade entre o *input* e os *outputs* utilizados e as posições de chegada de um piloto em uma prova não possuem o mesmo nível de importância como prevê a pontuação e os critério de desempate utilizados no regulamento do campeonato e descrito no item 2, o modelo proposto neste trabalho é o CCR com restrições aos pesos, utilizando o método de Regiões de Segurança – Tipo I, fazendo-se $u_i \geq u_{i+1}$, ou seja, o peso da posição de chegada i do piloto é maior ou igual ao peso de chegada na posição seguinte. Como são vinte posições de chegada, tem-se um total de 19 restrições.

O modelo é orientado a input, apesar de parecer mais adequado a orientação a output pois o objetivo de um piloto é a melhor posição de chegada possível em uma corrida. Entretanto, como o modelo é o CCR, as duas orientações apresentam os mesmos resultados e o modelo dos multiplicadores orientado a input tem uma interpretação mais intuitiva.

Os dados utilizados foram obtidos do site www.formula1.com, sendo considerados os resultados obtidos pelo piloto até o Grande Prêmio do Brasil, 17ª prova da temporada, pois as duas provas restantes ainda não haviam sido realizadas durante a confecção deste estudo.

Em (7) tem-se a modelagem DEA CCR orientada a input com as restrições aos pesos utilizadas neste trabalho.

$$\max \ h_o = \sum_{j=1}^{m} u_j y_{jo}$$

sujeito a

$$\begin{aligned}
&\sum_{i=1}^{n} v_i x_{io} = 1 \\
&\sum_{j=1}^{m} u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^{n} v_i x_{ik} \leq 0 \ , \quad k = 1,\ldots,s \\
&u_i - u_{i+1} \geq 0 \ \ , \ \mathrm{i = 1, n - 1} \\
&u_j, v_i \geq 0 \quad \forall x, y
\end{aligned} \tag{7}$$

Os dados utilizados neste trabalho apresentam-se abaixo na tabela 2.

Piloto	Input	Output (Nº de chegadas na posição n)																			
	Nº Partic.	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª	8ª	9ª	10ª	11ª	12ª	13ª	14ª	15ª	16ª	17ª	18ª	19ª	20ª
Alexander Wurz	1			1																	
Anthony Davidson	1																				
Antonio Pizzonia	3							1								1					
Christian Klien	13							1	3	3				1		1					
Christijan Albers	17					1						1	1	3	2			1	1	1	
David Coulthard	17				2		1	3	2		1	1		1		1					
Felipe Massa	17				1			1	1	2	5	2			2						
Fernando Alonso	17	6	5	2	1							1									
Giancarlo Fisichella	17	1		1	3	2	2			1			1								
Jacques Villeneuve	17				1		1		1	1		4	1	2	1	1					
Jarno Trulli	17		2	1	1	3	1		1	2	1			1	1						
Jenson Button	15			2	1	3		1	1		1	1									
Juan Pablo Montoya	15	3	1	1	1	1	1	2							1						
Kimi Räikkönen	17	6	2	2	1				1	1											
Mark Webber	17			1	1	2	2	2				1	1		1						
Michael Schumacher	17	1	3	1	1	2	1	2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Narain Karthikeyan	17				1							2	2	1	1	3	2				1
Nick Heidfeld	14		2	1			2				1	1	1		1						
Patrick Friesacher	11						1						1					1	1	1	
Pedro de La Rosa	1					1															
Ralf Schumacher	16			1	2	1	4	2	2	1			2								
Ricardo Zonta	1																				
Robert Doornbos	6													2					2		
Rubens Barrichello	17		2	2		1	1	1	1	3	3		1								
Takuma Sato	14								1	1	1	1	2		1		2				
Tiago Monteiro	17			1					1		2		2	4		2	1	3			
Vitantonio Liuzzi	4								1	1											

Tabela 2 – Dados do modelo

5. RESULTADOS E CONCLUSÕES

Utilizando-se o modelo proposto, foram calculados os pesos de todas as variáveis e calculadas as eficiências de cada piloto, os resultados das eficiências e dos pesos até a 10ª posição estão apresentados na tabela 3.

A tabela 4 apresenta classificação dos pilotos segundo a eficiência DEA calculada pelo modelo e a classificação oficial do campeonato até o GP do Brasil.

Piloto	Efic.	Pesos										
		v1	u1	u2	u3	u4	u5	u6	u7	u8	u9	u10
Alexander Wurz	1,0000	1,000	1,273	1,273	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
Anthony Davidson	0,0000	1,000	1,273	1,273	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
Antonio Pizzonia	0,6667	0,333	0,394	0,394	0,333	0,333	0,333	0,333	0,333	0,333	0,333	0,333
Christian Klien	0,6923	0,077	0,091	0,091	0,077	0,077	0,077	0,077	0,077	0,077	0,077	0,077
Christijan Albers	0,6471	0,059	0,070	0,070	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059
David Coulthard	0,7059	0,059	0,070	0,070	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059
Felipe Massa	0,8235	0,059	0,070	0,070	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059
Fernando Alonso	1,0000	0,059	0,070	0,070	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059
Giancarlo Fisichella	0,6667	0,059	0,078	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059
Jacques Villeneuve	0,6471	0,059	0,078	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059
Jarno Trulli	0,8449	0,059	0,070	0,070	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059
Jenson Button	0,6667	0,067	0,079	0,079	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067
Juan Pablo Montoya	0,8000	0,067	0,089	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067
Kimi Räikkönen	1,0000	0,059	0,167	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Mark Webber	0,6471	0,059	0,078	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059
Michael Schumacher	0,7701	0,059	0,075	0,075	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059
Narain Karthikeyan	0,7647	0,059	0,070	0,070	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059
Nick Heidfeld	0,6688	0,071	0,084	0,084	0,071	0,071	0,071	0,071	0,071	0,071	0,071	0,071
Patrick Friesacher	0,4545	0,091	0,107	0,107	0,091	0,091	0,091	0,091	0,091	0,091	0,091	0,091
Pedro de La Rosa	1,0000	1,000	1,182	1,182	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
Ralf Schumacher	0,9375	0,063	0,074	0,074	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063
Ricardo Zonta	0,0000	1,000	1,182	1,182	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
Robert Doornbos	0,6667	0,167	0,197	0,197	0,167	0,167	0,167	0,167	0,167	0,167	0,167	0,167
Rubens Barrichello	0,9037	0,059	0,070	0,070	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059
Takuma Sato	0,6429	0,071	0,084	0,084	0,071	0,071	0,071	0,071	0,071	0,071	0,071	0,071
Tiago Monteiro	0,9412	0,059	0,070	0,070	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059
Vitantonio Liuzzi	0,5000	0,250	0,295	0,295	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250

Tabela 3 – Eficiência e pesos(até a 10ª posição) calculados pelo modelo DEA

PILOTO	EFICIÊNCIA DEA	CLASSIFICAÇÃO OFICIAL	CLASSIFICAÇÃO DEA (Caso I)	DIFERENÇA
FERNANDO ALONSO	1,0000	1	1	0
KIMI RAIKKONEN	1,0000	2	1	1
ALEXANDER WURZ	1,0000	16	1	15
PEDRO DE LA ROSA	1,0000	19	1	18
TIAGO MONTEIRO	0,9412	15	5	10
RALF SCHUMACHER	0,9375	7	6	1
RUBENS BARRICHELO	0,9037	7	7	0
JARNO TRULLI	0,8449	6	8	2
FELIPE MASSA	0,8235	14	9	5
JUAN PABLO MONTOYA	0,8000	3	10	7
MICHAEL SCHUMACHER	0,7701	3	11	8
NARAIN KARTHIKEYAN	0,7647	17	12	5
DAVID COULTHARD	0,7059	12	13	1
CHRISTIAN KLIEN	0,6923	17	14	3
NICK HEIDFELD	0,6688	11	15	4
JENSON BUTTON	0,6667	9	16	7
GIANCARLO FISICHELLA	0,6667	5	16	11
ANTONIO PIZZONIA	0,6667	22	16	6
ROBERT DOORNBOS	0,6667		16	16
MARK WEBBER	0,6471	10	20	10
JACQUES VILLENEUVE	0,6471	13	20	7
CHRISTIJAN ALBERS	0,6471	19	20	1
TAKUMA SATO	0,6429	23	23	0
VITANTONIO LIUZZI	0,5000	23	24	1
PATRICK FRIESACHER	0,4545	21	25	4
RICARDO ZONTA	0,0000	-	-	-
ANTHONY DAVIDSON	0,0000	-	-	-

Tabela 4 – Comparação entre as classificações DEA e a Oficial

Analisando a tabela 4, nota-se uma grande variação entre as classificações DEA e a oficial.

Este fato pode ser justificado devido a algumas anormalidades ocorridas durante a temporada de 2005, como, por exemplo, o GP dos Estados Unidos, realizado em Indianápolis e vencido por Michael Schumacher, onde sete, das dez equipes participantes boicotaram a prova alegando falta de segurança aos pilotos, pois usa fornecedora de pneus, a Michelin, os alertou sobre defeitos na borracha, que não aguentaria mais de dez voltas. A largada foi realizada com apenas seis carros no grid, as duas Ferraris, Minardis e Jordans - todas usando pneus Bridgestone, conforme figura 4. Esta vitória acresce sua pontuação no campeonato, aparecendo em terceito lugar na classificação oficial, enquanto que, segundo o modelo DEA, apresenta-se apenas na 11ª posição.

Figura 4 - Ferrari alinha no grid enquanto demais voltam aos boxes

Outro fator é que pilotos que participaram de poucas corridas e conseguiram boa colocação, possuem eficiência elevada, como acontece com os pilotos Alexander Wurz e Pedro de La Rosa que participaram de apenas uma corrida no campeonato e conseguiram uma terceira e quinta posições, respectivamente.

Além disso, pilotos que completaram muitas corridas, mesmo sem marcar pontos, apresentam alta eficiência, como é o caso deo piloto Tiago Monteiro, que completou dezesseis das dezessete provas realizas até o GP do Brasil.

Analisando os valores fornecidos para os pesos das variáveis, pode-se notar muitos pesos iguais, ou seja, como as restrições são do tipo maior ou igual, o modelos atribuiu a mesma importância para diversas colocações, o que contraria a proposta inicial do trabalho.

Visando adequar então o modelo, fez-se uma variação no método de Regiões de Segurança de restrições aos pesos, introduzindo uma restrição direta aos pesos, estipulando um limite inferior de 0,001, forçando ainda uma variação mínima deste valor entre o peso atribuído a uma colocação e o peso atribuído à colocação seguinte. Este novo modelo foi denominado Caso II.

O PPL deste modelo é apresentado em (8).

$$
\begin{aligned}
&\max \ h_o = \sum_{j=1}^{m} u_j y_{jo} \\
&\text{sujeito a} \\
&\sum_{i=1}^{n} v_i x_{io} = 1 \\
&\sum_{j=1}^{m} u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^{n} v_i x_{ik} \le 0 \ , \quad k = 1,\dots,s \\
&u_i - u_{i+1} \ge 0{,}001 \ \ , \ \mathrm{i = 1, n - 1} \\
&u_j, v_i \ge 0 \quad \forall x, y
\end{aligned}
\tag{8}
$$

Os resultados obtidos com a utilização do Caso II são apresentados na tabela 5. A tabela 6 apresenta a classificação dos pilotos segundo a eficiência DEAcalculada no Caso II e a classificação oficial do campeonato até o GP do Brasil.

Piloto	Efic.	Pesos										
		v1	u1	u2	u3	u4	u5	u6	u7	u8	u9	u10
Alexander Wurz	1,0000	1,000	1,662	1,001	1,000	0,016	0,015	0,014	0,013	0,012	0,011	0,010
Anthony Davidson	0,0000	1,000	1,662	1,001	1,000	0,016	0,015	0,014	0,013	0,012	0,011	0,010
Antonio Pizzonia	0,6507	0,333	0,395	0,394	0,333	0,332	0,331	0,330	0,329	0,328	0,327	0,326
Christian Klien	0,6333	0,077	0,092	0,091	0,077	0,076	0,075	0,074	0,073	0,072	0,071	0,070
Christijan Albers	0,5311	0,059	0,071	0,070	0,059	0,058	0,057	0,056	0,055	0,054	0,053	0,052
David Coulthard	0,6419	0,059	0,071	0,070	0,059	0,058	0,057	0,056	0,055	0,054	0,053	0,052
Felipe Massa	0,7285	0,059	0,071	0,070	0,059	0,058	0,057	0,056	0,055	0,054	0,053	0,052
Fernando Alonso	1,0000	0,059	0,142	0,018	0,017	0,016	0,015	0,014	0,013	0,012	0,011	0,010
Giancarlo Fisichella	0,6393	0,059	0,079	0,060	0,059	0,058	0,057	0,056	0,055	0,054	0,053	0,052
Jacques Villeneuve	0,5591	0,059	0,071	0,070	0,059	0,058	0,057	0,056	0,055	0,054	0,053	0,052
Jarno Trulli	0,7905	0,059	0,071	0,070	0,059	0,058	0,057	0,056	0,055	0,054	0,053	0,052
Jenson Button	0,6357	0,067	0,080	0,079	0,067	0,066	0,065	0,064	0,063	0,062	0,061	0,060
Juan Pablo Montoya	0,7780	0,067	0,090	0,068	0,067	0,066	0,065	0,064	0,063	0,062	0,061	0,060
Kimi Räikkönen	0,9600	0,059	0,142	0,018	0,017	0,016	0,015	0,014	0,013	0,012	0,011	0,010
Mark Webber	0,6001	0,059	0,079	0,060	0,059	0,058	0,057	0,056	0,055	0,054	0,053	0,052
Michael Schumacher	0,7430	0,059	0,075	0,074	0,059	0,058	0,057	0,056	0,055	0,054	0,053	0,052
Narain Karthikeyan	0,6297	0,059	0,079	0,060	0,059	0,058	0,057	0,056	0,055	0,054	0,053	0,052
Nick Heidfeld	0,6284	0,071	0,086	0,085	0,071	0,070	0,069	0,068	0,067	0,066	0,065	0,064
Patrick Friesacher	0,3975	0,091	0,109	0,108	0,091	0,090	0,089	0,088	0,087	0,086	0,085	0,084
Pedro de La Rosa	0,9980	1,000	1,183	1,182	1,000	0,999	0,998	0,997	0,996	0,995	0,994	0,993
Ralf Schumacher	0,8795	0,063	0,075	0,074	0,063	0,062	0,061	0,060	0,059	0,058	0,057	0,056
Ricardo Zonta	0,0000	1,000	1,183	1,182	1,000	0,999	0,998	0,997	0,996	0,995	0,994	0,993
Robert Doornbos	0,6167	0,167	0,198	0,197	0,167	0,166	0,165	0,164	0,163	0,162	0,161	0,160
Rubens Barrichello	0,8423	0,059	0,071	0,070	0,059	0,058	0,057	0,056	0,055	0,054	0,053	0,052
Takuma Sato	0,5619	0,071	0,086	0,085	0,071	0,070	0,069	0,068	0,067	0,066	0,065	0,064
Tiago Monteiro	0,7852	0,059	0,071	0,070	0,059	0,058	0,057	0,056	0,055	0,054	0,053	0,052
Vitantonio Liuzzi	0,4890	0,250	0,297	0,296	0,250	0,249	0,248	0,247	0,246	0,245	0,244	0,243

Tabela 5 – Eficiência e pesos calculados pelo modelo DEA – Caso II

PILOTO	EFICIÊNCIA DEA (Caso II)	CLASSIFICAÇÃO OFICIAL	CLASSIFICAÇÃO DEA (Caso II)	DIFERENÇA
FERNANDO ALONSO	1,0000	1	1	0
KIMI RAIKKONEN	0,9600	2	4	2
ALEXANDER WURZ	1,0000	16	1	15
PEDRO DE LA ROSA	0,9980	19	3	16
TIAGO MONTEIRO	0,7852	15	8	7
RALF SCHUMACHER	0,8795	7	5	2
RUBENS BARRICHELO	0,8423	7	6	1
JARNO TRULLI	0,7905	6	7	1
FELIPE MASSA	0,7285	14	11	3
JUAN PABLO MONTOYA	0,7780	3	9	6
MICHAEL SCHUMACHER	0,7430	3	10	7
NARAIN KARTHIKEYAN	0,6297	17	17	0
DAVID COULTHARD	0,6419	12	13	1
CHRISTIAN KLIEN	0,6333	17	16	1
NICK HEIDFELD	0,6284	11	18	7
JENSON BUTTON	0,6357	9	15	6
GIANCARLO FISICHELLA	0,6393	5	14	9
ANTONIO PIZZONIA	0,6507	22	12	10
ROBERT DOORNBOS	0,6167		19	19
MARK WEBBER	0,6001	10	20	10
JACQUES VILLENEUVE	0,5591	13	22	9
CHRISTIJAN ALBERS	0,5311	19	23	4
TAKUMA SATO	0,5619	23	21	2
VITANTONIO LIUZZI	0,4890	23	24	1
PATRICK FRIESACHER	0,3975	21	25	4
RICARDO ZONTA	0,0000	-	26	-
ANTHONY DAVIDSON	0,0000	-	26	-

Tabela 6 – Comparação entre as classificações DEA(Caso II) e Oficial

Com esta variação no modelo, introduzindo-se maior restrição aos pesos, nota-se uma menor variação entre a classificação oficial e a classificação encontrada pelo modelo. Além disso, percebe-se um desempate nas eficiências calculadas, estabelecendo uma classificação sem necessidade de desempates. Entretanto, percebe-se ainda algumas distorções na classificação, o que sugere estudos mais aprofundados em relação à metodologia de introdução de restrições aos pesos nos modelos DEA clássicos. Também, com vistas à aplicação deste caso, estudos posteriores deverão considera o desempenho do piloto em relação ao desempenho do seu carro.

6. REFERÊNCIAS

(1) Barba-Romero, S. & Pomerol, J.C. *Decisiones Multicriterio: Fundamentos Teóricos e Utilización Práctica*. Colección de Economia, Universidad de Alcalá, Espanha, 1997.

(2) Branco da Silva, B.P. & Soares de Mello, J.C.C.B. (2005). Modelo DEA Aplicado aos Resultados das Olimpíadas de Atenas 2004.

(3) Charnes, A., Cooper, W.W. & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision-making units. *European Journal of Operational Research*, **2**, 429-444.

(4) Charnes, A. et. al. (1996) Data Envelopment Analysis: theory, methodology and applications. Norvell: Kluwer Academic Press, 2 ed.

(5) Dyson, R. G. & Thanassoulis E. (1988) *Reducing weight flexibility in DEA*. Journal of the Operational Research Society, 39.

(6) Gomes, E.G., Soares de Mello, J.C.C.B. & Lins, M.P.E. (2001). Uso de Análise de Envoltória de Dados e Auxílio Multicritério à Decisão na análise de dados das Olimpíadas 2000. *Anais do XXI ENEGEP*, Salvador, Brasil.

(7) Lins, M.P.E. & Angulo-Meza, L. (2000). Análise Envoltória de Dados e perspectivas de integração no ambiente de Apoio à Decisão. Editora da COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro.

(8) Lins, M.P.E., Gomes, E.G., Soares de Mello, J.C.C.B. & Soares de Mello, A.J.R. (2003). Olympic ranking based on a Zero Sum Gains DEA model. *European Journal of Operational Research*, 148 (2), 85-95.

(9) Rocha, R.B. & Cavalcanti Netto, M.A. (2002). A data envelopment analysis model for rank ordering suppliers in the oil industry. *Pesquisa Operacional*, 22 (2), 123-132.

(10) Roll, Y. & Golany, B.(1991) *Controlling factor weights in DEA*. IIE Transactions, 23 (1), pp.2-9.

(11) Soares de Mello, J.C.C.B., Gomes, E.G., Lins, M.P.E. & Soares de Mello, A.J.R. (2001). Uso da Pesquisa Operacional em esportes: o caso das Olimpíadas. *Boletim da SOBRAPO*, 19, 5-6.

(12) Soares de Mello, J.C.C.B., Gomes, E.G., Lins & Soares de Mello, M.H.C. (2002). Emprego de Métodos Ordinais Multicritério na Análise do Campeonato Mundial de Fórmula 1. *Relatórios de Pesquisa em Engenharia de Produção- Universidade Federal Fluminense*, 2.

(13) Soares de Mello, M.H.C. *Avaliação de Desempenho nas Engenharias: Estudo de Caso UFF*. Tese de Mestrado, Engenharia de Produção, Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2002.

(14) Thompson, R.G., Langemeier, L.N., Lee, C.H., Lee, E. & Thrall, R.M. (1990) *The role of multiplier bounds in efficiency analysis with application to*. Kansas Farming. Journal of Econometrics, 46, pp. 93-108.

(15) Wong. Y. & Beasley, J. (1990) *Restricting Weight Flexibility in DEA*. Journal of Operational Research Society, 41, 829-835.