

ESTUDOS CONJUNTOS DE ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS (DEA) E PROGRAMAÇÃO LINEAR MULTIOBJECTIVO (PLMO): UMA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Lidia Angulo Meza

Universidade Federal Fluminense

João Carlos Correia Baptista Soares de Mello

Universidade Federal Fluminense

João Carlos Namorado Clímaco

Universidade de Coimbra e INESC

RESUMO

A utilização da Programação Linear Multiobjetivo (PLMO) dentro do contexto da Análise Envoltória de Dados (DEA) surge a partir do conceito de Pareto eficiência que as duas abordagens compartilham. Este trabalho faz uma revisão bibliográfica sobre a interação entre DEA e PLMO, assim como investiga a viabilidade da determinação de novos índices de eficiência baseados em projeções obtidas por métodos de PLMO.

Palavras chave: Programação Linear Multiobjetivo, Análise Envoltória de Dados, Índices de eficiência

1. INTRODUÇÃO

Ao longo dos anos, vários pesquisadores observaram que os Métodos de Apoio Multicritério à Decisão – MCDA (dentre os quais se encontra a Programação Linear Multiobjetivo – PLMO), e a Análise Envoltória de Dados (*Data Envelopment Analysis* – DEA) têm vários pontos em comum (Belton e Vickers, 1993, Gomes et al., 2000). Assim, muitos pesquisadores têm aproveitado esses pontos em comum para obter vantagens do outro enfoque.

A idéia da utilização da PLMO no contexto DEA surge a partir do conceito de Pareto eficiência que as duas abordagens compartilham. Este trabalho faz uma revisão bibliográfica sobre a integração entre DEA e PLMO. Dentre esses trabalhos alguns propõem um modelo

multiobjetivo baseado nos modelos DEA padrão para obter soluções para problemas na PLMO. Outros, ao comparar DEA e PLMO, utilizam alguns conceitos da PLMO para construir novas medidas de eficiência. Há ainda trabalhos que utilizam os conceitos e modelos de DEA como parte de um processo de solução PLMO, e outros com características muito variadas para caracterizá-los como pertencentes a uma ou outra área. Uma outra classe de artigos estuda o chamado problema inverso, pois ao invés de calcular a eficiência baseada nos níveis *input* e *output* da DMU, percorre-se o caminho inverso, isto é, gera-se um problema linear multiobjetivo e é proposto um método para solucionar tais problemas.

Mais recentemente, formulações multiobjetivo foram usadas como ferramentas auxiliares dentro de problemas de DEA, como nos modelos de eficiências vetoriais e fuzzy-DEA.

Além de rever estas abordagens, o presente trabalho explora direções futuras, com ênfase na discussão da viabilidade da determinação de novos índices de eficiência baseados em projeções obtidas por métodos de PLMO.

2. A PROGRAMAÇÃO LINEAR MULTI OBJETIVO E A ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS: CASOS DE INTEGRAÇÃO

Desde o surgimento de DEA (Charnes, Cooper e Rhodes, 1978) muitos pesquisadores observaram características parecidas e complementares com os Métodos de Apoio Multicritério à Decisão (MAMD). Já em 1993, Belton e Vickers observaram que são enfoques complementares. Gomes et al. (2000) fizeram uma pesquisa bibliográfica sobre o tema. Dentre dos MAMD encontra-se a Programação Linear Multiobjetivo (PLMO) (Clímaco et al., 2003).

A idéia da utilização da PLMO no contexto DEA surge a partir do conceito de Pareto eficiência que as duas abordagens compartilham. Ambas as metodologias procuram um conjunto de unidades não comparáveis entre si, que são eficientes ou melhores que as outras, em ao menos um aspecto ou dimensão. Isto é, dedicam-se a caracterizar as faces eficientes do espaço de solução dos problemas (Stewart, 1996).

Existem vários trabalhos que tratam sobre a PLMO e DEA. Alguns destes trabalhos estão caracterizados por propor um modelo multiobjetivo ou um processo multiobjetivo baseado nos modelos DEA padrão. Outros ao comparar DEA e PLMO utilizam alguns conceitos da PLMO para construir novas medidas de eficiência. Há ainda trabalhos que utilizam os conceitos e

modelos de DEA como parte de um processo de solução PLMO, e outros com características muito variadas para caracterizá-los como pertencentes a uma ou outra área.

A tabela 1 resume esta situação e contém algumas das referências bibliográficas sobre cada uma das abordagens.

Tabela 1. Resumo dos enfoques DEA - MOLP

Tipo	Sub tipo	Alguns modelos	Referência
Comparações estruturais e Compartilhamento de conceitos		Ponto de Referência e CCR (Charnes, Cooper e Rhodes)	Joro et al (1998)
		<i>Value Efficiency Analysis (VEA)</i>	Halme et a. (1998)
Uso de PLMO em DEA	Uso direto	MCDEA (<i>MultiCriteria Data Envelopment Analysis</i>)	Li e Reeves (1999)
		MORO e MORO-D (<i>MultiObjective Ratio Optimization – Dominated</i>)	Estellita-Lins et al (2004)
		Modelo GDEA (<i>Generic Data Envelopment Analysis</i>)	Yu et al (1996a)
	Uso como ferramenta intermediária	<i>Outputs</i> alternativos	Golany (1988)
		Restrições de pesos	Kornbluth (1991)
		Cooperação em modelos GSZ (Ganhos de Soma Zero)	Gomes et al. (2003)
		Fuzzy- DEA multidimensional	Soares de Mello et al (2005)
		Eficiências Vetoriais	Soares de Mello et al (2006) no prelo
Uso de DEA em PLMO		Problema de Alocação de Recursos Multiobjetivo	Liu et al (2000)
		Aplicação do modelo GDEA a	Yun et al (2001)

		Algoritmos Genéticos	
--	--	-------------------------	--

Em seguida é feita uma breve descrição dos modelos mais representativos.

O primeiro trabalho que une os conceitos DEA e PLMO é o de Golany (1988). Ele propõe um algoritmo que tem como objetivo determinar um vetor de *outputs* possíveis, que seja eficiente para um vetor de *inputs* dado. Golany propôs um modelo multiobjetivo para obtenção de índices de eficiência através de um modelo multiobjetivo linear fracionário, dentro de um algoritmo de busca interativa para alvos para as unidades que estão sendo avaliada (*Decision Making Units – DMUs*)

Em um trabalho posterior, Kornbluth (1991), ao estudar a inclusão de restrições nos pesos nos modelos DEA padrão, notou que os modelos DEA poderiam ser expressos como modelos de programação linear fracionária multiobjetivo. Neste modelo obtêm-se um total de $2n$ funções objetivo. O autor afirma que a utilização desta formulação com relação à formulação DEA clássica fornece maior informação do que a formulação padrão, no sentido que a formulação padrão encontra apenas os pesos ótimos e a eficiência para a DMU 0 que está sendo avaliada. Utilizando-se o modelo proposto esta informação é obtida de forma direta, dado que nas funções objetivo encontram-se todos os *outputs* e *inputs* ponderados de todas as DMUs. Não foram encontradas posteriores aplicações deste modelo na literatura.

Joro et al. (1998) fizeram uma comparação estrutural dos modelos DEA padrão e do modelo multiobjetivo utilizando o enfoque da distância a um ponto de referência (Clímaco et al., 2003). Em ambos os modelos o propósito é identificar pontos eficientes e sugerir projeções dos pontos ineficientes baseados em informação disponível. Em DEA, a projeção é encontrada fazendo com que alguns modelos matemáticos determinem os pesos que associam o ponto analisado com o melhor ponto de eficiência possível. Em PLMO, a direção da projeção está baseada no uso de pesos (mais geralmente, parâmetros) que o decisor pode diretamente ou indiretamente influenciar refletindo a sua estrutura preferida. Além disso, PLMO geralmente, e outros modelos MCDA, são considerados ferramentas de planejamento “ex ante”, enquanto que DEA é considerada uma ferramenta de avaliação “ex post”. Este trabalho foi a base para uma nova proposta de calcular a eficiência em DEA chamada de *Value Efficiency Analysis*.

A *Value Efficiency Analysis* (VEA) é uma abordagem baseada em um enfoque da PLMO e foi proposto por Halme et al (1998). Esta abordagem consta de duas partes. Na primeira, escolhe-se

uma alternativa preferida pelo usuário. Esta alternativa, que é um vetor, é chamada de Solução Mais Preferida (*Most Preferred Solution* – MPS) do decisor. Logo após a definição da MPS, a eficiência de cada DMU é determinada com relação à MPS e aos hiperplanos tangentes a ela. Este enfoque fornece uma alternativa à utilização de pesos como forma de incorporar informação ou julgamentos de valor em DEA. Posteriormente, o trabalho de Joro et al (2003) apresenta uma forma de determinar limites inferiores para os índices de eficiência fornecidos pelo enfoque VEA.

Já em outra categoria, tem-se o trabalho de Yu et al (1996a). Eles fizeram um estudo sobre as propriedades estruturais das superfícies eficientes em DEA do conjunto de possibilidades de produção no modelo generalizado DEA (GDEA) introduzido por Yu et al. (1996b). O modelo GDEA contém os modelos DEA padrão como casos particulares. As relações entre unidades de decisão podem ser achadas resolvendo o modelo GDEA com descrição de predileção de cone. Utilizando estas relações para identificar as posições relativas das unidades com relação à fronteira eficiente, foi proposto um algoritmo eficiente para construir todas as fronteiras eficientes DEA. Análises posteriores mostram propriedades das fronteiras eficientes DEA considerando várias sub classes de modelos DEA. São obtidas expressões analíticas para as superfícies eficientes em DEA que são úteis para analisar a estrutura das eficiências e uma classificação estratégica de grupo. Os resultados deste trabalho sugerem aplicações importantes na construção de soluções Pareto eficientes (ou soluções não dominadas), ao analisar as propriedades estruturais das soluções de Pareto em programação multiobjetivo.

Os pesquisadores Wei et al (2000) estudaram o problema da estimação de *outputs* que podem ser produzidos por uma DMU dado que alguns *inputs* foram incrementados de forma tal a não alterar a sua eficiência atual. Analogamente, no caso de ser necessário incrementar os *outputs*, mantendo a eficiência atual, determinar a quantidade de *inputs* a serem incrementados. Este é um problema que os autores chamam de inverso, pois ao invés de calcular a eficiência baseada nos níveis *input* e *output* da DMU, percorre-se o caminho inverso. Isto gera um problema linear multiobjetivo para o qual é proposto um método para solucionar tais problemas. Utiliza-se a solução ótima para determinar os valores dos parâmetros. Este problema pode ser visto como uma forma de análise de sensibilidade.

Dentre os trabalhos que utilizam DEA como parte do processo de solução para problemas de PLMO, temos o trabalho de Lui et al (2000) que utilizam os modelos DEA para obter soluções para modelos multiobjetivo binários, especificamente para o Problema de Alocação de Recursos MultiObjetivo (*Multi-objective Resource Allocation Problem – MRAP*). Este problema trata de uma entidade de serviços do setor público para alocar m recursos a q atividades, enquanto tem-se s objetivos conflitantes. O processo de alocação seleciona as atividades a serem realizadas. Os autores formularam este problema como um problema binário e desenvolveram um algoritmo em duas etapas para gerar e avaliar DMUs, que está centrado na geração de soluções parcialmente eficientes. A primeira etapa gera uma DMU que maximiza a função de distância. A segunda etapa é utilizada para avaliar a eficiência das DMUs geradas e avaliadas. Assume-se que todos os recursos e objetivos são não negativos e limitados. Esta suposição pode não ser prática devido à limitação de alguns recursos. Além disso, este estudo foi feito visando o setor público (tal como as primeiras aplicações de DEA). O artigo mostra como DEA pode servir para a PLMO, assim como a PLMO pode servir para solucionar problemas em DEA.

Weber et al (1998), centraram-se no ambiente de seleção de vendedores que é de natureza multiobjetivo. O trabalho apresentado discute três enfoques para seleção e negociação com vendedores que não foram selecionados. Além disso, são descritas situações nas quais DEA e PLMO podem ser utilizadas para o processo de seleção e negociação. Nesta aplicação foram utilizados os enfoques DEA e PLMO de forma complementar e não como um modelo unificado de tipo multiobjetivo.

Yun et al (2001b) utilizaram o modelo DEA Generalizado – GDEA (Yun et al, 1999) misturado a Algoritmos Genéticos para gerar fronteiras eficientes para problema de otimização multiobjetivo. O modelo GDEA produz soluções alternativas de forma mais rápida que outros métodos baseados em Algoritmos Genéticos. O método pode levar a fronteiras eficientes desejáveis tanto em problemas não convexos, quando como em problemas convexos. A eficiência do método foi mostrada através de exemplos numéricos.

3. DETALHAMENTO DE DOIS MODELOS MULTIOBJETIVO NA ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS

Nesta seção apresentam-se dois modelos que fazem uma formulação multiobjetivo na Análise Envoltória de Dados. Foram escolhidos pela sua potencialidade de desenvolvimentos posteriores

e pelo fato de cada um incidir sobre formulações duais de DEA: um sobre o modelo dos multiplicadores e outro sobre o modelo do envelope.

3.1. MODELO MULTICRITERIO PARA A ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS - MCDEA

Os pesquisadores Li e Reeves (1999), no enfoque que eles chamaram de Modelo de Análise Envoltória de Dados Multicritério (*Multiple Criteria Data Envelopment Analysis – MCDEA*), propõem um modelo multiobjetivo, baseado no modelo dos multiplicadores, para tentar resolver dois problemas freqüentes em DEA: incrementar e melhorar a discriminação das DMUs, e uma melhor distribuição de pesos para as variáveis. O primeiro problema acontece quando o número de DMUs não é muito grande em comparação com o número total de *inputs* e *outputs* (pois os modelos padrão identificam muitas DMUs como eficientes). O segundo problema ocorre quando uma DMU é eficiente com pesos muito grandes em umas poucas variáveis; portanto, estes esquemas de pesos não são realistas, pois desconsideram outras variáveis. Estes dois problemas estão intimamente relacionados.

Os autores começam a identificar que uma DMU é eficiente quando $h_0 = 1$ o que significa que a restrição relativa a essa DMU está ativa é portanto tem folga zero. A idéia básica é considerar essa folga como medida de eficiência ao invés do h . Essa folga é chamada de d . Assim, o modelo CCR em (1) pode ser reformulado como (2):

$$\text{Max } h_0 = \sum_{r=1}^s u_r y_{rj_0} \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{ij_0} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0, j = 1, \dots, n$$

$$u_r, v_i \geq 0, \forall r, i$$

$$\text{Min } d_0 \text{ (ou } \text{max } h_0 = \sum_{r=1}^s u_r y_{rj_0} \text{)} \quad (2)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{ij_0} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + d_j = 0, j = 1, \dots, n$$

$$u_r, v_i, d_j \geq 0, \forall r, i$$

Onde v_i e u_r são os pesos de *inputs* i , $i = 1, \dots, m$, e *outputs* r , $r = 1, \dots, s$ respectivamente; x_{ij} e y_{rj} são os *inputs* i e *outputs* r da DMU j , $j = 1, \dots, n$; x_{i_0} e y_{r_0} são os *inputs* i e *outputs* r da DMU 0. Além disso, d_0 é a variável de desvio para a DMU 0 e d_j é a variável de desvio da j -ésima DMU, isto é, o quanto a DMU está se desviando da eficiência. Neste modelo, a DMU 0 é eficiente se, e somente se, $d_0 = 0$, isto é, $h_0 = 1$. Se a DMU 0 não é eficiente, seu score de eficiência é $h_0 = 1 - d_0$. Assim, uma DMU é mais eficiente quanto menor for d_0 , como $d_0 \in [0, 1)$ pode ser vista como uma medida de “ineficiência”, isto é, quanto menor valor de d_0 , menor a ineficiência, ou seja, mais eficiente é a DMU₀. Então pode-se dizer que o método clássico DEA minimiza a ineficiência da DMU, medida por d_0 , com as restrições de que a soma ponderada dos *outputs* é menor ou igual à soma ponderada dos *inputs* para cada DMU.

Além da maximização da eficiência de cada DMU, o modelo considera um objetivo de benevolência generalizada, a minimização da soma dos desvios, e de equidade, a minimização do desvio máximo.

O modelo MCDEA é apresentado a seguir:

$$\begin{aligned} & \text{Min } d_0 & (3) \\ & \text{Min Max } d_j \\ & \text{Min } \sum_{j=1}^n d_j \end{aligned}$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{ij_0} = 1,$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + d_j = 0, j = 1, \dots, n,$$

$$u_r, v_i \geq 0, \forall r, i, j.$$

A primeira função objetivo é a clássica de maximização de eficiência, a segunda é de equidade e a terceira de benevolência generalizada.

A função de equidade melhora a eficiência média das DMUs sem aumentar o número de eficientes e atua apenas na DMU menos eficiente. O resultado é semelhante ao obtido pelo método Multicritério de Seleção de Variáveis (Soares de Mello et al, 2004) no uso da função de equidade.

Já a função de benevolência generalizada também aumenta a eficiência média, só que neste caso pode aumentar o número de DMUs eficientes. Tem um comportamento semelhante à formulação benevolente da avaliação Cruzada (Doyle e Green, 1994)

No trabalho original os autores apenas utilizar como método de solução a soma ponderada.

3.2. MODELO MULTIOBJETIVO PARA DETERMINAÇÃO DE ALVOS ALTERNATIVOS: MORO E MORO-D

Estes modelos foram apresentados por Angulo-Meza (2002) baseado no trabalho preliminar de Tavares (1998). Eles foram usados por Soares de Mello et al (2003) e Estellita Lins et al (2004).

O modelo de Programação Linear Multiobjetivo utilizado visa independência na maximização dos *outputs* e na minimização dos *inputs*, de tal forma que seja encontrado um conjunto de metas na fronteira eficiente. Devido ao fato de incorporar as opiniões dos decisores na escolha do alvo dentro de um conjunto, o modelo não deve ser usado conjuntamente com outras técnicas de explicitação de preferências.

A aplicação do modelo multiobjetivo é feita apenas para um dos modelos proposto em Soares de Mello et al (2003), o modelo de vendas, por ser o mais simples e o que melhor identifica a crise cambial de 1999 (vide referência para maiores detalhes). A formalização desse modelo, para o estudo de caso deste artigo, é dada por (2), onde ϕ_r é o fator de incremento do *output* r e ϕ_i são os fatores de decremento do *input* i , x_{ij} , y_{rj} , são os valores das variáveis de *input* e o *output* para a DMU j , λ_j são os coeficientes da combinação linear convexa que representam os *benchmarks*, isto é as DMU j eficientes.

As funções objetivo consideram variações independentes para cada variável, maximizam os *outputs* e minimizam os *inputs*, e estão sujeitas a que o aumento nos *outputs* e o decremento nos

inputs sejam até a fronteira eficiente, determinada pelas DMUs eficientes. As restrições determinam que, para o alvo calculado, a produção não diminua nem os recursos aumentem, respectivamente, em relação aos valores originais da companhia, caracterizando o modelo MORO-D, com dominância. Como uma interpretação menos formal desse modelo, pode-se afirmar que a DMU evita perder suas características de operação na busca do alvo. Se forem retiradas essas restrições, o modelo é dito sem dominância – MORO, o que significa que a DMU na busca de seu alvo pode aumentar seus *inputs* ou diminuir seus *outputs*, já que pode ser projetada em qualquer ponto da fronteira Pareto eficiente.

$$\begin{aligned}
& \max \phi_1 \\
& \dots \\
& \max \phi_s \\
& \min \varphi_1 \\
& \dots \\
& \min \varphi_m \\
& \text{sujeito a} \tag{4} \\
& \phi_r y_{rj0} = \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j, \quad \forall r = 1, \dots, s \\
& \varphi_i x_{ij0} = \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j, \quad \forall i = 1, \dots, m \\
& \phi_r \geq 1, \quad \forall r = 1, \dots, s \\
& \varphi_i \leq 1, \quad \forall i = 1, \dots, m \\
& \lambda_j \geq 0, \quad \forall j = 1, \dots, n
\end{aligned}$$

Em (4) otimizam-se as projeções de cada uma das variáveis (*s outputs* e *m inputs*) de maneira independente. Tal como foi notado por Angulo-Meza (2002), há dois tipos de métodos de solução, que diferem na forma de converter o problema multiobjetivo em um problema mono objetivo. Um encontra soluções básicas não dominadas, ponderando cada uma das funções objetivo (Kornbluth, 1974); o outro permite percorrer a fronteira não dominada, utilizando uma função de distância. Em DEA, o primeiro desses métodos equivale a considerar como possíveis alvos as DMUs extremo-eficientes e as DMU virtuais que limitam a região viável de projeção. O segundo equivale a percorrer de forma interativa a região de projeção, obrigatoriamente Pareto eficiente. Quando a fronteira é percorrida de forma interativa, encontra-se uma infinidade de possíveis alvos e, portanto, precisa-se da intervenção do especialista para a escolha de um deles. Já no primeiro caso, conta-se com um conjunto finito de possíveis alvos que possibilita ao utilizador ou decisor uma análise global dessas alternativas.

Desde a proposta do modelo anterior, havia uma preocupação para determinar a eficiência de uma DMUs com relação ao alvo escolhido. Angulo-Meza et al. (2003) apresentaram duas propostas para medir a eficiência de forma não radial. Neste trabalho, utiliza-se o primeiro enfoque de solução de problemas de PLMO, assim, tem-se um conjunto de alvos para cada DMU. O primeiro índice de eficiência considera os valores obtidos para ϕ e φ de cada solução e obtém-se uma média simples. Na segunda proposta, de forma tal a considerar a importância relativa de cada variável, utiliza-se uma média ponderada, onde cada ponderação é obtida das regiões de indiferença de cada função objetivo (Kornbluth, 1974).

4. COMENTÁRIOS FINAIS E DIREÇÕES FUTURAS

Ao longo da pesquisa bibliográfica observou-se que existe um grande interesse na integração de DEA e a PLMO. Tal como foi visto, devido aos pontos em comum, existem trabalhos baseados tanto na solução de problemas de DEA usando PLMO quanto o inverso.

No primeiro caso, existe também uma preocupação com relação às medidas de eficiência que podem ser determinadas utilizando a PLMO ou outros enfoques. Estas medidas são chamadas de não radiais, índices de eficiência não radiais, ou seja, variações não proporcionais dos *inputs* e *outputs* e permissão de alteração simultânea dos *inputs* e *outputs*. Alguns dos índices existentes que adotam este enfoque são Ruggiero e Bretschneider (1998), que introduziram a medida ponderada de Russell; Pastor et al. (1999), que propõem medidas de eficiência globais – Global Efficiency Measures, GEMs; Briec (2000), que apresenta uma modificação e extensão das medidas de Russell; Tone (2002), que propõe uma medida baseada nas folgas utilizando o conceito de super eficiência. Ruggiero (2000) faz um estudo das múltiplas medidas de eficiência formuladas até a data do estudo e propõe uma nova medida para corrigir os problemas com as medidas existentes. Em Tone (2001) encontra-se uma revisão bibliográfica dos índices de eficiência não radiais até a data, baseados nas folgas. Nestes dois últimos artigos é enfatizado o tratamento escalar da eficiência.

Todos estes índices são altamente arbitrários. Pesquisas futuras devem usar os resultados do modelo MORO e MORO-D e o próprio conceito de eficiência. Embora ainda não haja resultados nessa linha, a idéia básica é decompor o valor de cada função objetivo em dois fatores: um constante, portanto comum a todas elas, que seria a eficiência (ou seu inverso, no caso dos outputs). O outro fator seria variável para FO e dependeria da FO e da direção de projeção,

baseado na projeção do vetor (Alvo-DMU) na direção de contração (ou expansão) determinada por cada FO.

Em relação ao modelo MCDEA afigura-se bastante promissora a solução do problema multiojetivo pela técnica de transformar funções objetivos em restrições. O uso desta técnica permitirá avaliar a importância de cada objetivo e em especial a validade do objetivo benevolência generalizada.

5. AGRADECIMENTOS

Este trabalho teve o apoio do CNPq através do processo 470423/2004-8 e da CAPES, processo BEX 2741-05-9

6. REFERÊNCIAS

Angulo-Meza, L., 2002. *Um Enfoque Multiobjetivo para a Determinação de Alvos na Análise Envoltória de Dados (DEA)*. Tese de Doutorado, Engenharia de Produção, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro.

Angulo-Meza, L., Neto, L.B., Coelho, P.H.G., Estellita-Lins, M.P., 2003. *Índices de Eficiência não Radiais em Modelos Multiobjetivo para Determinação de Alvos em DEA*. Anais do XXXV Congresso da Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional, Natal.

Belton e Vickers, 1993, "Demystifying DEA – A Visual Interactive Approach based on Multiple Criteria Analysis", *Journal of Operational Research Society*, v. 44, n. 9, pp. 883-896.

Briec, W., 2000, "An extended Färe-Lovell technical efficiency measure", *International Journal of Production Economics*, v. 65, p. 191-195.

Charnes, A., Cooper, W. W., Rhodes, E., 1978, "Measuring the Efficiency of Decision-Making Units", *European Journal of Operational Research*, v. 2, pp. 429-444.

Clímaco, J.N., Antunes, C. H., Alves, M. J. G., 2003, *Programação Linear Multiobjetivo: do modelo de programação linear clássico à consideração explícita de várias funções objetivo*. Imprensa da Universidade de Coimbra.

Doyle, J.R., Green, R.H., 1994, "Efficiency and Cross-efficiency in DEA: Derivations, Meanings and Uses", *Journal of the Operational Research Society*, v. 45 n. 5, pp. 567-578.

- Estellita Lins, M.P., Angulo-Meza, L., Silva, A. C. E, 2004, "A Multiobjective Approach to Determine Alternative Targets in Data Envelopment Analysis", *Journal of the Operational Research Society*, v. 55, n. 10, pp. 1090-1101.
- Golany, B., 1988, "An Interactive MOLP Procedure for the Extension of DEA to Effectiveness Analysis", *Journal of the Operational Research Society*, v. 39, n. 8, pp. 725-734.
- Gomes, E.G., Soares de Mello, J.C.C.B., Estellita-Lins, M.P., 2003, "Busca seqüencial de alvos intermediários em modelos DEA com soma de outputs constante", *Investigação Operacional*, v. 23, n. 2., pp. 163-178.
- Gomes, L. F. A. M. ; Araya, M. C. G. ; Lins, M. P. E., "A Integração entre a Análise Envoltória de Dados e o Apoio Multicritério à Decisão - uma revisão (Parte I)". *Pesquisa Naval*, Rio de Janeiro, v. 13, p. 41-49, 2000.
- Halme, M., Joro, T., Korhonen, P., Salo, S., Wallenius, J., 1998, "A value efficiency approach to incorporating preference information in data envelopment analysis", *Management Science*, v. 45, n. 1 (January), pp. 103-115.
- Joro, T., Korhonen, P., Zionts, S., 2003, "An interactive approach to improve estimates of value efficiency in data envelopment analysis", *European Journal of Operational Research*, v. 149, pp. 688-699.
- Joro, T., Korhonen, P., Wallenius, J., 1998, "Structural comparison of data envelopment analysis and multiple objective linear programming", *Management Science*, v. 44, n. 7, pp. 962-970.
- Korhonen, P., Siljamäki, A., Soismaa, M., 2002, "On the Use of Value Efficiency Analysis and Some Further Developments", *Journal of Productivity Analysis*, v. 17, pp. 49-64.
- Kornbluth, J. S. H., 1974, "Duality, Indifference and Sensitivity Analysis in Multiple Objective Linear Programming", *Operational Research Quarterly*, v. 25, pp. 33-41.
- Kornbluth, J. S. H., 1991, "Analysing Policy Effectiveness Using Cone Restricted Data Envelopment Analysis", *Journal of the Operational Research Society*, v. 42, n.12, pp.1097-1104.
- Li, X.-B., Reeves, G. R., 1999, "A multiple criteria approach to data envelopment analysis", *European Journal of Operational Research*, v. 115, n. 3, pp. 507-517.
- Liu, F.-H. F., Huang, C.-C., Yen, Y.-L., 2000, "Using DEA to obtain efficient solutions for multi-objective 0-1 linear programs", *European Journal of Operational Research*, v. 126, pp. 51-68.

- Pastor, J. T., Ruiz, J. L., Sirvent, I., 1999, "An enhanced DEA Russell graph efficiency measure", *European Journal of Operational Research*, v. 115, pp. 596-607.
- Ruggiero, J., 2000, "Measuring technical efficiency", *European Journal of Operational Research*, v. 121, pp. 138-150.
- Ruggiero, J., Bertschneider, S. 1998, "The weighted Russell Measure of Technical Efficiency", *European Journal of Operations Research*, v. 108, pp. 438-451.
- Soares Mello, J.C.C.B., Angulo-Meza, L., Gomes, E.G., Serapião, B.P., Estellita-Lins, M.P., 2003, "Análise de envoltória de dados no estudo da eficiência e dos benchmarks para companhias aéreas brasileiras", *Pesquisa Operacional*, v. 23, n. 2, pp. 325-345.
- Soares de Mello, J.C.C.B., Angulo-Meza, L., Gomes, E.G., Biondi Neto, L., 2006, "Limites para eficiências não radiais em DEA", *Investigação Operacional*, no prelo.
- Soares de Mello, J.C.C.B., Gomes, E.G., Angulo-Meza, L., Biondi Neto, L., Sant'Anna, A.P., 2005, "Fronteiras DEA Difusas", *Investigação Operacional*, v. 25., n. 1.
- Soares de Mello, J.C.C.B., Gomes, E.G., Angulo-Meza, L., Estellita-Lins, M.P., 2004, "Selección de variables para el incremento del poder de discriminación de los modelos DEA", *Revista de la Escuela de Perfeccionamiento en Investigación Operativa*, v. 24, pp. 40-52.
- Stewart, T. J., 1996, "Relationships between data envelopment analysis and multicriteria decision analysis", *Journal of the Operations Research Society*, v. 47, pp. 654-665.
- Tavares, G., 1998, *Data envelopment analysis: The basic models and their main extensions. A model to analyse the modernisation of telecommunication services in OECD countries* (in Portuguese), MSc, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade de Coimbra.
- Tone, K., 2002, "A slacks-based measure of super-efficiency in data envelopment analysis", *European Journal of Operational Research*, v. 143, p. 32-41.
- Tone, K., 2001, "A slacks-base measure of efficiency in data envelopment analysis", *European Journal of Operational Research*, v. 130, pp. 498-509.
- Weber, C. A., Current, J. R., Desai, A., 1998, "Non-cooperative negotiation strategies for vendor selection", *European Journal of Operational Research*, v. 108, n. 1, pp. 208-223.
- Wei, Q. L., Zhang, J., Zhang, X. S., 2000, "An inverse DEA model for inputs/outputs estimate", *European Journal of Operational Research*, v. 121, n. 1, pp. 151-163.

Yu, G., Wei, Q., Brockett, P., Zhou, L. 1996a, "Construction of all DEA efficient surfaces of the production possibility set under the generalized DEA model", *European Journal of Operational Research*, v. 95, n. 3, pp. 491-510.

Yu, G., Wei, Q., Brockett, P. 1996b, "A generalized Data Envelopment Analysis model: a unification and extension of existing methods for efficiency analysis of decision making units", *Annals of Operations Research*, v. 66, pp. 47-89.

Yun, Y. B., Nakayama, H., Tanino, T., 1999, "A generalization of DEA model", *Journal of the Society of Instrument and Control Engineers (SICE)*, v. 35, n. 8, pp. 1813-1818.

Yun, Y. B., Nakayama, H., Tanino, T., Arakawa, M., 2001, "Generation of Efficient Frontiers in Multiple Objective Optimization Problems by Generalized Data Envelopment Analysis", *European Journal of Operational Research*, v. 129, pp. 586-595.