

# EFICIÊNCIA NO CONSUMO DE ENERGIA EM MUNICÍPIOS FLUMINENSES CONSIDERANDO TEMPERATURAS

João Carlos Correia Baptista Soares de Mello

**Universidade Federal Fluminense**

Lidia Angulo Meza

**Universidade Federal Fluminense**

Eliane Gonçalves Gomes

**Embrapa**

## **Resumo**

Este artigo tem por objectivo medir a eficiência na transformação do consumo de energia eléctrica em rendimentos da população de alguns municípios do estado do Rio de Janeiro, Brasil. São utilizados os modelos da Análise Envoltória de Dados (DEA) clássicos, CCR e BCC, com um *input* (consumo de energia per capita) e dois *outputs* (temperatura média e renda mensal média).

**Palavras chave:** DEA, Energia Elétrica, Temperaturas.

## **1. Introdução**

Embora vários estudos tenham sido feitos para prever o consumo de energia eléctrica, análises quantitativas para explicar o comportamento do mercado são raras. O objectivo principal deste estudo é obter uma forma não paramétrica de relacionar o consumo de energia eléctrica com algumas variáveis explicativas. Utiliza como caso de estudo alguns municípios do estado do Rio de Janeiro, Brasil.

Como modelo não paramétrico utilizou-se a Análise Envoltória de Dados (DEA), considerando-se como *input* o consumo per capita e como *outputs* temperatura média e renda mensal média. Dado que os modelos DEA envolvem frações, a temperatura precisa ser expressa em Kelvin que, por ser uma medida absoluta, permite fazer operações de divisão.

O trabalho está organizado da seguinte forma. Na secção 2 são apresentados conceitos elementares de DEA e de fronteira invertida. Na secção 3, discutem-se o caso de estudo e as

razões que justificam a inclusão da variável temperatura no modelo. A secção 4 traz o modelo e seus resultados. Finalmente, na secção 5 são apresentadas as conclusões deste trabalho.

## 2. Análise Envoltória de Dados

A abordagem por Análise Envoltória de Dados (*Data Envelopment Analysis – DEA*) foi desenvolvida por Charnes et al. (1978) e usa a programação linear para a avaliação de eficiências comparativas de Unidades de Tomada de Decisão (*Decision Making Units – DMUs*) que utilizam os mesmos recursos (*inputs*) e geram os mesmos produtos (*outputs*).

Há dois modelos DEA clássicos: CCR e BCC. O modelo CCR (também conhecido por CRS ou *constant returns to scale*), adota como hipótese retornos constantes de escala (Charnes et al., 1978). Em sua formulação matemática considera-se que cada DMU  $k$  ( $k = 1, \dots, s$ ) é uma unidade de produção que utiliza  $n$  *inputs*  $x_{ik}$ ,  $i = 1, \dots, n$ , para produzir  $m$  *outputs*  $y_{jk}$ ,  $j = 1, \dots, m$ .

O modelo DEA CCR maximiza o quociente entre a combinação linear dos *outputs* e a combinação linear dos *inputs*, com a restrição de que para qualquer DMU esse quociente não pode ser maior que 1. Mediante alguns artifícios matemáticos, pode ser linearizado, transformando-se no Problema de Programação Linear (PPL) apresentado em (1), no qual  $h_o$  é a eficiência da DMU  $o$  em análise;  $x_{io}$  e  $y_{jo}$  são os *inputs* e *outputs* da DMU  $o$ ;  $v_i$  e  $u_j$  são os pesos calculados pelo modelo para *inputs* e *outputs*, respectivamente.

$$\begin{aligned}
 \max h_o &= \sum_{j=1}^m u_j y_{jo} \\
 \text{sujeito a} \\
 \sum_{i=1}^n v_i x_{io} &= 1 \\
 \sum_{j=1}^m u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^n v_i x_{ik} &\leq 0, \quad k = 1, \dots, s \\
 u_j, v_i &\geq 0 \quad \forall i, j
 \end{aligned} \tag{1}$$

O modelo BCC (Banker et al., 1984), também chamado de VRS (*variable returns to scale*), considera situações de eficiência de produção com variação de escala e não assume proporcionalidade entre *inputs* e *outputs*. A formulação do modelo BCC usa para cada DMU o problema de programação linear (PPL) apresentado em (2).

$$\begin{aligned}
\max h_o &= \sum_{j=1}^m u_j y_{jo} - u_* \\
\text{sujeito a} \\
\sum_{i=1}^n v_i x_{io} &= 1 \\
\sum_{j=1}^m u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^n v_i x_{ik} - u_* &\leq 0, \quad k = 1, \dots, s \\
u_j, v_i &\geq 0 \quad \forall x, y \\
u_* &\in \Re
\end{aligned} \tag{2}$$

Neste modelo, para a DMU  $o$  em análise, a eficiência é dada por  $h_o$ ;  $x_{ik}$  representa o *input*  $i$  da DMU  $k$ ;  $y_{jk}$  representa o *output*  $j$  da DMU  $k$ ;  $v_i$  e  $u_j$  representam os pesos dados aos *inputs*  $i$  e aos *outputs*  $j$ , respectivamente;  $u_*$  é um fator de escala (quando positivo, indica que a DMU está em região de retornos decrescentes de escala; se negativo, os retornos de escala são crescentes). Se  $h_o$  é igual a 1, a DMU  $o$  em análise é considerada eficiente. No PPL (2) as variáveis de decisão são  $v_i$ ,  $u_j$  e  $u_*$ . De forma não matemática, no modelo BCC uma DMU é eficiente se, na escala em que opera, é a que melhor aproveita os *inputs* de que dispõe. Já no modelo CCR, uma DMU é eficiente quando apresenta o melhor quociente de *outputs* em relação aos *inputs*, ou seja, aproveita melhor os *inputs* sem considerar a escala de operação da DMU.

Um método para eliminar DMUs falsamente eficientes no modelo BCC é a fronteira invertida. Esta fronteira consiste em inverter *inputs* com *outputs* e foi introduzido por Yamada et al. (1994) e Entani et al. (2002). Seu uso para melhorar a discriminação entre DMUs foi proposto por Leta et al. (2005), onde é construído um índice, que não é um índice de eficiência no sentido estrito do termo. Este índice, chamado de índice de eficiência composta, é definido pela média aritmética entre a eficiência em relação à fronteira convencional e o complemento da eficiência em relação à fronteira invertida.

Por outro lado, Barr et al. (2000) e Tavares (1998) propõem um artifício para prover uma classificação em DEA, que consiste em estabelecer camadas de eficiência (denominadas camadas de iso-eficiência). Essas camadas são obtidas da seguinte forma (Gomes et al., 2003): as alternativas com 100% de eficiência formam a camada 1; essas alternativas são, então, retiradas do conjunto de análise e corre-se novamente o modelo DEA. As alternativas

eficientes neste subconjunto formam a camada 2. O processo repete-se até que todas as alternativas tenham sido retiradas do conjunto inicial.

### 3. Estudo de Caso

Pretende-se avaliar a eficiência dos municípios do estado do Rio de Janeiro, Brasil, em transformar o consumo de energia elétrica em riqueza da população. No entanto, existem fatores externos que condicionam o consumo de energia elétrica. Entre esses fatores, a temperatura tem uma importância fundamental.

Nos países de clima frio, temperaturas mais baixas ocasionam maior consumo de energia para aquecimento. Já em regiões quentes, como é o caso do estado do Rio de Janeiro, as temperaturas mais altas implicam maior consumo, devido à necessidade de refrigeração.

A Figura 1 exemplifica o consumo de energia elétrica para as diferentes temperaturas médias do mês, em dois municípios do Rio de Janeiro, Itaperuna (1a) e Angra dos Reis (1b). Observa-se claramente o aumento com a temperatura, excetuando-se três meses em Itaperuna. Estes são meses atípicos, coincidentes com as férias escolares, nos quais devido à alta temperatura grande parte da população sai da cidade em direção às praias, o que provoca diminuição do consumo de energia elétrica.

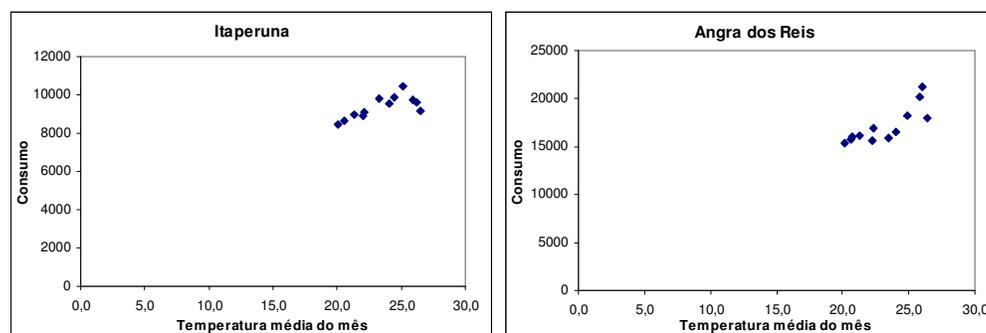


Figura 1. Temperatura média do mês x Consumo de energia elétrica em Itaperuna (1a) e Angra dos Reis (1b).

Para o caso de estudo, dada a intenção de incluir a temperatura como *output* não controlado (Banker e Morey, 1986), só poderão ser analisados os municípios para os quais há dados da temperatura. Para que possam ser usados os dados da temperatura com razões, a temperatura foi expressa em Kelvin. A Tabela 1 apresenta as doze DMUs e os valores do *input*, consumo de energia elétrica per capita (em kW/habitante), e dos dois *outputs*, temperatura média anual (em Kelvin) e renda mensal média (em reais).

Tabela 1. Dados do caso de estudo.

Cidade	<i>Input</i>	<i>Outputs</i>	
	Consumo per capita	Temperatura média	Renda mensal média
Angra dos Reis	1,510214	296,35	607,52
Cabo Frio	1,573635	296,35	644,32
Campos	1,074935	297,05	505,78
Carmo	1,355354	295,35	504,13
Cordeiro	0,954035	293,85	517,99
Itaperuna	1,295964	296,65	477,79
Macaé	2,173704	296,65	758,89
Nova Friburgo	1,825637	291,25	623,99
Piraí	5,488335	294,05	537,77
Resende	2,433337	294,25	706,96
Rio de Janeiro	2,849944	296,85	1083,38
Vassouras	1,347334	293,95	548,55

#### 4. Resultados

Com os dados apresentados correu-se o modelo CCR usando o *software* SIAD (Angulo-Meza et al., 2004). Os resultados são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2. Resultado DEA CCR.

Cidade	Eficiência CCR
Angra dos Reis	0,7409
Cabo Frio	0,7541
Campos	0,8879
Carmo	0,7049
Cordeiro	1,0000
Itaperuna	0,7370
Macaé	0,6430
Nova Friburgo	0,6295
Piraí	0,1805

Resende	0,5351
Rio de Janeiro	0,7001
Vassouras	0,7499

Tal como pode-se observar, o município mais eficiente em transformar o consumo de energia elétrica em riqueza da população foi o município de Cordeiro, e o menos eficiente foi o de Pirai.

Devido à disparidade das eficiências e para agrupar melhor as DMUs de características parecidas foi feita uma separação das DMUs em camadas de iso-eficiência. Os resultados deste procedimentos são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3. Camadas de iso-eficiência segundo o modelo DEA CCR.

Número da camada	Cidade
1	Cordeiro
2	Campos
3	Cabo Frio, Itaperuna, Vassouras
4	Angra dos Reis, Carmo
5	Nova Friburgo, Rio de Janeiro
6	Macaé
7	Resende
8	Pirai

Tabela 4. Resultados DEA BCC e fronteira invertida.

Cidade	Eficiência BCC	Eficiência Invertida	Composta normalizada
Angra dos Reis	1,0000	0,9997	1,0000
Cabo Frio	0,9709	0,9999	0,9706
Campos	0,9738	1,0000	0,9735
Carmo	0,9775	0,9999	0,9773
Cordeiro	1,0000	1,0000	0,9997
Itaperuna	0,9507	1,0000	0,9504
Macaé	0,9784	0,9999	0,9781
Nova Friburgo	0,9952	0,9997	0,9951

Piraí	1,0000	1,0000	0,9997
Resende	0,9992	0,9998	0,9991
Rio de Janeiro	1,0000	0,9998	0,9998
Vassouras	0,9833	0,9998	0,9832

Para comparar os resultados desse modelo, correu-se o modelo BCC junto com o modelo de fronteira invertida, cujos resultados são apresentados na Tabela 4 acima. A coluna “composta normalizada” é obtida dividindo-se o índice de eficiência composta proposto em Leta et al. (2005) e calculado por cada DMU, pelo maior valor desse índice.

Nesta tabela verifica-se que tanto a eficiência BCC clássica quanto a eficiência composta foram muito semelhantes, o que resulta do fato do modelo BCC ter um melhor ajuste à fronteira e ao número reduzido de DMUs.

## 5. Conclusões

No modelo CCR observa-se que os municípios com melhor PIB per capita, conforme dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, apresentam, via de regra, baixa eficiência. Tal fato, comporta duas interpretações a serem investigadas em trabalhos futuros. A primeira, relaciona-se à incapacidade de transformar PIB em renda. A segunda, é a necessidade maiores gastos marginais de energia quando aumenta a riqueza do município.

Dados os resultados apresentados, conclui-se que o modelo BCC não é adequado para estabelecer uma ordenação dos municípios. No entanto, ele pode ser adequado desde que se utilize um modelo de suavização (Soares de Mello et al., 2004) para se obter uma relação funcional entre o *input* e os *outputs*.

## 6. Agradecimentos

Este trabalho teve o apoio do Fundo Setorial de Energia (CT-Energ), por intermédio do CNPq (CT-Energ/CNPq 01/2003), processo 400646/2003-0.

## 7. Referências

Angulo-Meza, L., Biondi Neto, L., Soares de Mello, J.C.C.B., Gomes, E.G., Coelho, P.H.G. (2004): “FSDA – Free Software for Decision Analysis (SLAD –Software Livre de Apoio a Decisão): a software package for data envelopment analysis models”. Congreso Latino Iberoamericano de Investigación de Operaciones y Sistemas, La Habana – Cuba.

- Banker, R.D., Charnes, A., Cooper, W.W. (1984): "Some models for estimating technical scale inefficiencies in data envelopment analysis". *Management Science*, 30 (9), 1078-1092.
- Banker, R.D., Morey, R. (1986): "Efficiency analysis for exogenously fixed inputs and outputs". *Operations Research*, 32 (4), 513-521.
- Barr, R.S., Durchholz, M.L., Seiford, L. (2000). Peeling the DEA onion: Layering and rank-ordering DMUs using tiered DEA, Technical Report, Southern Methodist University.
- Charnes, A., Cooper, W.W., Rhodes, E. (1978): "Measuring the efficiency of decision-making units". *European Journal of Operational Research*, 2, 429-444.
- Entani, T., Maeda, Y., Tanaka, H. (2002): "Dual models of interval DEA and its extensions to interval data". *European Journal of Operational Research*, 136, 32-45.
- Gomes, E.G., Soares de Mello, J.C.C.B., Estellita Lins, M.P. (2003): "Busca sequencial de alvos intermediários em modelos DEA com soma de outputs constante". *Investigação Operacional*, 23, 163-178.
- Leta, F.R., Soares de Mello, J.C.C.B., Gomes, E.G., Angulo-Meza, L. (2005): "Métodos de melhora de ordenação em DEA aplicados à avaliação estática de tornos mecânicos". *Investigação Operacional*, 25.
- Soares de Mello, J.C.C.B., Gomes, E.G., Biondi Neto, L., Estelita Lins, M.P. (2004): "Suavização da fronteira DEA: o caso BCC tridimensional". *Investigação Operacional*, 24, 89-107.
- Tavares, G. (1998). Data envelopment analysis: the basic models and their main extensions. A model to analyse the modernisation of telecommunication services in OECD countries. Tese de Mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade de Coimbra, Portugal.
- Yamada, Y, Matui, T., Sugiyama, M. (1994): "New analysis of efficiency based on DEA". *Journal of the Operations Research Society of Japan*, 37 (2), 158-167.